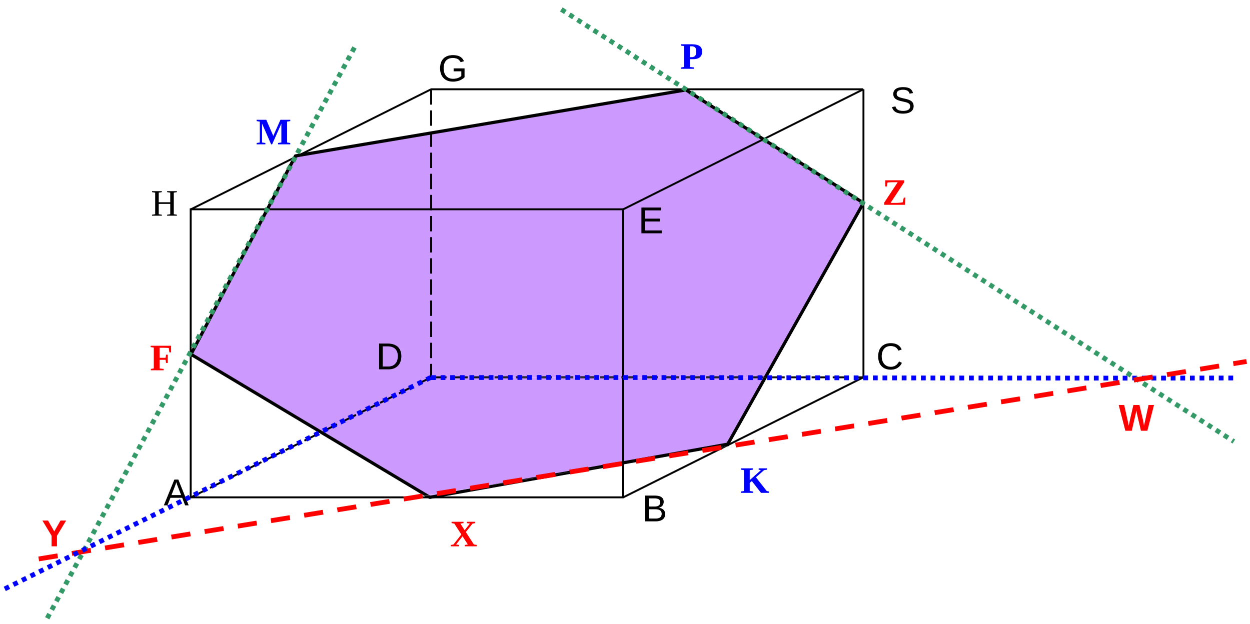
Матиева Г., Борбоева Г.М.

СҮРӨТТӨЛҮШТӨР МЕТОДДОРУ



Ош-2018

Матиева Г., Борбоева Г.М.

СҮРӨТТӨЛҮШТӨР МЕТОДДОРУ

Ош-2018

УДК 51

ББК 22.1

М33

Окуу колдонмо Ош мамлекеттик университетинин Окумуштуулар кеңешинин чечими боюнча басмага сунушталды.

Рецензенттер:

- Ош мамлекеттик университетинин Программалоо кафедрасынын башчысы, физ.-мат. илим.док., проф. А.Сопуев.
- Т. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинини Колдонмо математика кафедрасынын башчысы, физ.-мат. илим. док., профессор А. Аширбаева.

Авторлор: Матиева Г., Борбоева Г. М.

М 33. Сүрөттөлүштөр методдору: Окуу-усулдук колдонмо. – Ош: 2018. 90 бет.

ISBN 978-9967-18-471-8

Окуу усулдук-колдонмо «550200 – физика-математикалык билим берүү» багытынын «Математика» профилинин студенттеринде «Маалыматты кабыл алууга, жалпылоого жана талдоого, максатты коюп, ага жетүүнүн жолдорун тандай алууга жөндөмдүү», «Профилдик дисциплинаны окутууда конструкциялоо маселелерин чече алат» деген компетенцияларын калыптандырууга өбөлгө түзөт.

Окуу-усулдук колдонмо «550200 – физика-математикалык билим берүү» багытынын «Математика» профилинин студенттери жана мектеп мугалимдери үчүн даярдалды.

М 1602000000-18 УДК 51

ISBN 978-9967-18-471-8 ББК 22.1

Киришүү

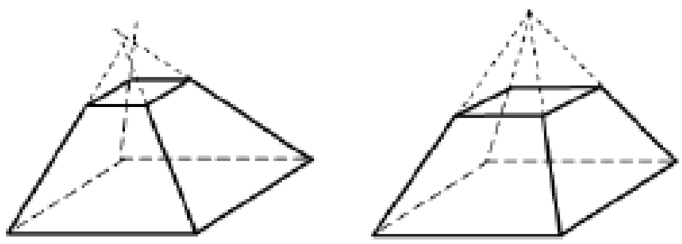
Азыркы убактагы адамдардын жашоосун ар кыл түрдөгү сүрөттөрсүз, чиймелерсиз, диаграммаларсыз, графиктерсиз, схемаларсыз элестетүүгө болбой калды. Кээ бир учурда сүрөттөр жана чиймелер айтылган сөздөргө же жазылган сөздөргө караганда көп маалыматтарды берип калат. Анын үстүнө туура чийилген чиймени кайсы тилде сүйлөгөнүнө карабай, ар бир эле билимдүү адис түшүнө алгандыктан, графикалык тил интернационалдык тил болуп эсептелет.

Мейкиндик фигураларын кагаз бетине түшүрүү зарылчылыгы алгачкы коомдун адамдарында эле пайда болгон. Алар бири-бири менен пикир алышууда жана маалымат алмашууда сүрөттөрдү пайдаланышкан, ал эми курулуштарды курууда чиймелерди чийүү зарылчылыгы келип чыккан. Байыркы Грециядагы жана Римдеги пирамидалар алгач чийилген чиймелердин негизинде курулгандыгын тарых көрсөтүп жатат. Ушундай курулуштардын чиймелерин түзүү менен кошо эле чийүү эрежелери жана чийүү куралдары да негизделген.

Техниканын түрдүү тармактарында, курулушта, архитектурада, картографияда, көркөм сүрөт искусствосунда адистерге мейкиндик фигураларынын сүрөтүн тегиздикте (кагаз бетинде) сүрөттөөгө туура келет. Ошондой эле математика мугалимине да мектеп курсунун геометриясында мейкиндик фигураларынын элесин тегиздикте сүрөттөп берүүсү керек болот. Ошону менен бирге мугалимде геометриялык маселелерди чыгарууда маселенин шартына жараша чиймени туура чийүү менен бирге эле окуучуга да чиймени туура чийдирүүнү, аны окуй билүүнү үйрөтүү милдеттери турат.

Чиймени чийүүгө негизинен үч талап коюлат:

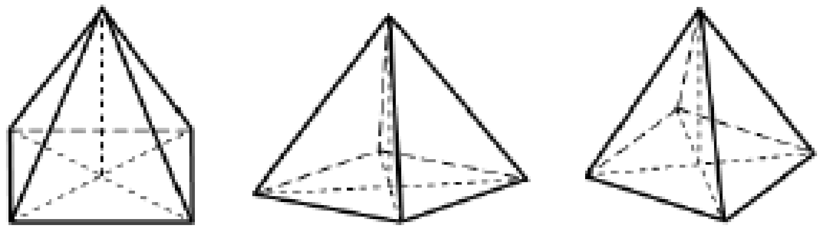
1) Чийме ***туура*** болушу керек, б.а. параллель проекциялоонун бардык эрежелери так аткарылышы керек. Мисалы, төмөндөгү кесилген пирамиданын а) чиймеси туура эмес, себеби, каптал кырларын созсок, алар чокусу деп аталуучу бир чекитте кесилишпей жатат.



а) б)

1-сүрөт

2) Чийме ***көрсөтмөлүү*** болушу керек, б.а. көптөгөн паралелль проекциялоонун ичинен мейкиндик фигуранын элесин так бере турганын тандоо керек. Мында фигуранын бизге керек болуп жаткан элементтеринин өз ара жайланыш абалын тандай билүү зарыл. Мисалы, төмөндөгү чиймелердин ичинен в) чиймеси көрсөтмөлүү сызылган деп эсептелинет.



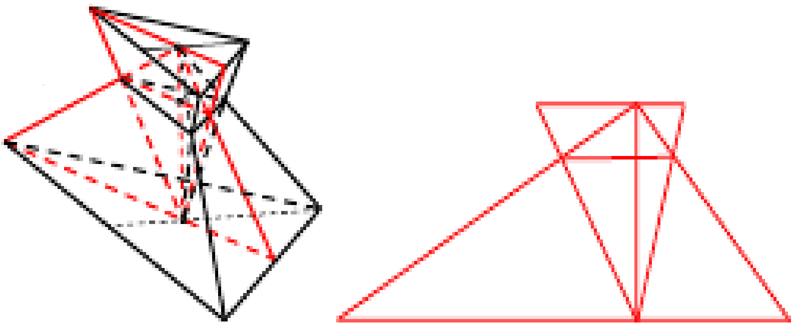
а) б) в)

2-сүрөт

3) Чийме ***женил*** чийилүүсү керек, б.а. жөнөкөй чийүү эрежелери пайдаланылышы керек. Кээ бир татаал стереометриялык маселелерди чыгарууда анын чиймесин чийүү көп убакытты талап кылып калат, анын үстүнө катачылыктарга жол берилип калышы да мүмкүн. Мындай маселелерди чыгарууда проекциялык чиймени чийүүнүн зарылчылыгы деле жок, болгону аны туура элестетип, керек болгон кесилишти гана көрсөтүп коюу жетиштүү. Мисал катары төмөндөгү маселени карайлы:

Маселе. Туура үч бурчтуу эки пирамида жалпы бийиктикке ээ. Пирамидалардын ар биринин чокусу башкасынын негизинин борборунда жатат жана биринин каптал кырлары экинчисинин каптал кырларын кесип өтөт. Биринчи пирамиданын каптал кыры 4 кө барабар жана бийиктиги менен 30^o ту, ал эми экинчи пирамиданын каптал кыры бийиктиги менен 60^o түзөт. Бул пирамидалардын жалпы бөлүгүнүн көлөмүн тапкыла.

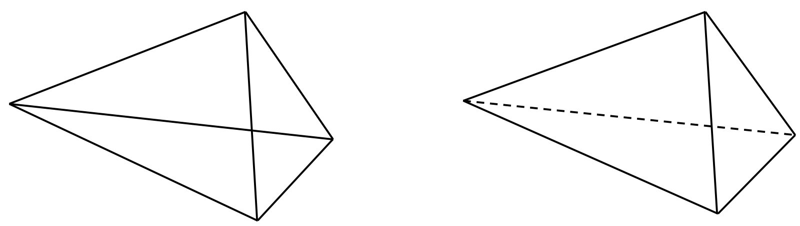
Бул маселени чыгаруу үчүн 3-сүрөттөгү анын а) түрүндөгү чиймесин женил эле б) түрүндө чийип койгонго болот.



а) б)

3-сүрөт

Мейкиндик фигурасынын сүрөттөлүшүн тегиздикте берүүдө фигуранын бизге көрүнбөгөн кырларын үзүк сызык менен берүү талап кылынат. Мисалы, төмөндөгү 4-сүрөттөгү а) чиймени пирамиданын сүрөттөлүшү дегенге караганда диагоналдары менен берилген томпок төрт бурчтук деп айтуу туура болот. Ал эми б) чиймени биз сөз кылып жаткан үч бурчтуу пирамиданын сүрөттөлүшү деп айтуу жарашат.



а) б)

4-сүрөт

Геометриялык маселелерди чечүү негизинен чийме чийүүдөн башталат. Маселенин шартында берилген маалыматтарды графикалык жактан элестетүү – маселени чечүү процессинде негизги ролду ойнойт. Туура жана көрсөтмөлүү чийилген чийме берилгендер менен изделип жаткан элементтердин ортосундагы ачкыч катыштарын табууга жардам берет, ошону менен бирге табылган чечимди талдоону же изилдөөнү жеңилдетет. Айрыкча стереометриялык маселелерди чечүүдө сүрөттөрдүн жана чиймелердин ролу өтө чоң экендиги талашсыз. Стереометриялык маселелерге тиешелүү чиймелерди тез, туура жана көрсөтмөлүү чийүү үчүн, мугалим, алгач:

- Чыныгы моделдерди жана мектепте өтүлүүчү геометриялык телолордун жана алардын комбинацияларынын даяр чиймелерин түшүнүү жөндөмүнө ээ болуусу;

- Сүрөттөлүштөрдү берүүнүн кабыл алынган эрежелерин билүүсү;
- Геометриялык фигураларды чийүү куралдарын менен колдо чийүү көндүмүнө ээ болуусу зарыл.

Стереометриялык маселелерге тиешелүү чиймелерди чийүү процесси кантип жүргүзүлгөндүгүнө токтололу. Татаал стереометриялык чиймелерди чийүүдө бир нече оңдоп чийүүлөр болот. Маселенин шарттарына жана талаптарына ылайык геометриялык конфигурацияны элестете алуу – алгачкы чийүүнун негизи болуп саналат. Кагаз бетине чийилген чийменин маселенин шарттарына жана талаптарына жооп бергендигин текшерүү керек. Ошого жараша оңдоолор жана толуктоолор жүрөт. Талап кылынган сүрөттөлүш чийилгенден кийин, ал маселени чечүүнүн жолун көрсөтүп берет. Ошентип, татаал стреометриялык маселелердин чиймесин тез, туура жана көрсөтмөлүү чийүү үчүн жогорку деңгээлдеги мейкиндик элестетүүгө жана ой жүгүртүүгө ээ болуу керек. А бул болсо ар кандай стреометриялык маселелерди жеңил чечүүгө жардам берет.

Бул окуу колдонмо болочок математика мугалимдеринин мейкиндик ой жүгүртүүлөрүн өстүрүүгө өбөлгө түзүү максатында даярдалды.

1-глава. Сүрөттөлүштөр методдору

§1.1. Борбордук проекциялоо

Предметтин тегиздикте сүрөттөлүшүн бир нече жол менен берүүгө болот: сүрөт тартуу, чийүү, фотография. Ар кандай эле тегиздиктеги сүрөттөлүш тигил же бул проекциялоо методу менен алынат. Проекция – предметтин проекциялоочу шоолалардын жардамында алынуучу тегиздиктеги сүрөттөлүшү. Аны предметтин күндөн же башка жарык булагынан келген шоолалардан алынган көлөкөсү катары түшүнүүгө болот. Проекциялоонун эки түрү бар: борбордук проекциялоо жана параллель проекциялоо.

Проекция – латын сөзүнөн (***«projectio»***) – ***алдыга ыргытуу, ыргытып жиберүү*** дегенди түшүндүрөт**.**

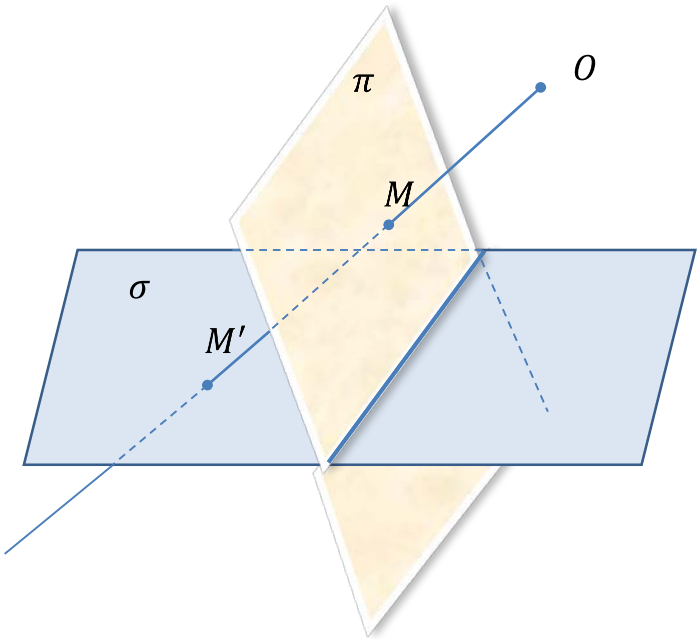
Предметтин борбордук проекциялоонун жардамында алынган тегиздиктеги сүрөттөлүшү **перспектива** деп аталат.

Перспектива карап жаткан адамга предмет көрүнгөндөй алынгандыктан, борбордук проекциялоонун жардамында түзүлгөн сүрөттөлүштөр көрсөтмөлүү болуп саналат, б.а. предметтин мейкиндик элеси жакшы берилет. Бирок чиймени чийүүнүн башка талаптарынын аткарылышын эске алганда (жеңил чийилүүсүн, туура чийилүүсүн) перспективалык чиймелер анча ыңгайлуу болбой калат. Мында предметтин сүрөттөлүшүн түзүүдө жана предметтин чыныгы өлчөмүн аныктоодо кыйынчылыктар жаралат. Ошондуктан алар техникада кеңири колдонула бербейт.

Перспективалар живописте, сүрөт графикасында, архитектуралык-курулуш чиймелерде кеңири колдонулат.

Борбордук проекциялоо кандайча ишке ашырыла тургандыгына токтололу.

π жана σ – параллелль эмес тегиздиктер, ал эми O чекити бул тегиздиктерде жатпаган чекит болсун (1.1-сүрөт).

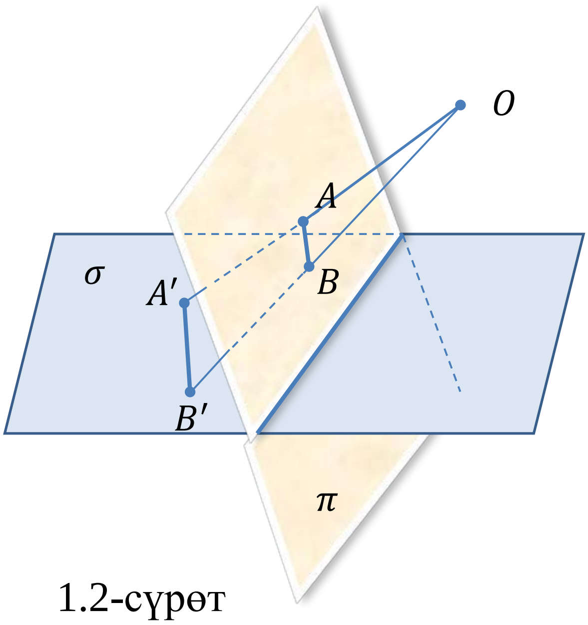


1.1-сүрөт

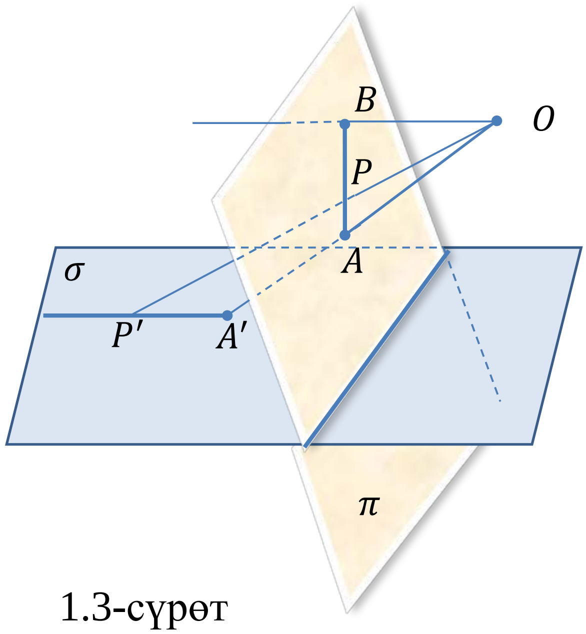
π тегиздигинде жаткан каалагандай M чекитин алалы. OM түз сызыгын жүргүзөлү, анда $OM \cap \sigma = M'$ чекитине ээ болобуз. Ушул M' чекити $M \in \pi$ чекитинин σ тегиздигиндеги проекциясы деп аталат (O – проекциялоонун борбору). M чекитине анын проекциясы болгон M' чекити тиешелештикке коюлду деп алсак, анда π жана σ тегиздиктеринин ортосунда ***«борбордук проекциялоо»*** деп аталган тиешелештик орун алат.

Аныктама 1.1.1. Эгерде π тегиздигинде F фигурасы берилсе, анда F фигурасынын бардык чекиттеринин проекцияларынын көптүгү ***F* фигурасынын σ тегиздигиндеги проекциясы** деп аталат.

Проекциялоонун борбору катары ар түрдүү чекиттерди алуу жана σ тегиздигинин абалын өзгөртүү менен биз F фигурасынын ар түрдүү проекцияларына ээ болобуз. Мисалы, AB кесиндисинин проекциясы $[A'B']$ кесиндиси (1.2-сүрөт), $[A'B')$ шооласы (1.3-сүрөт) болушу мүмкүн.



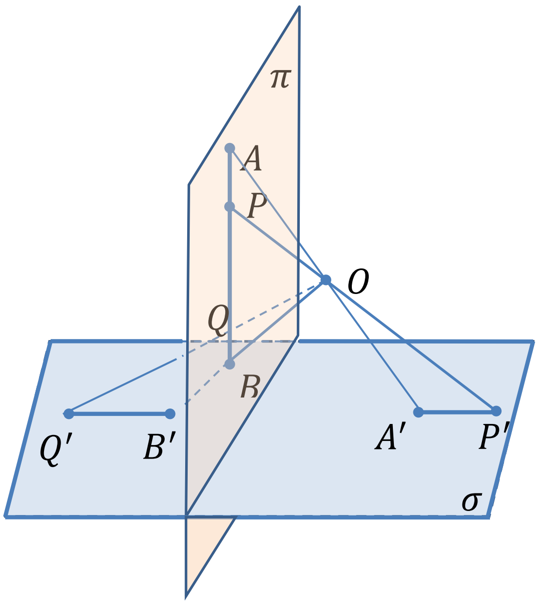
1.2-сүрөт



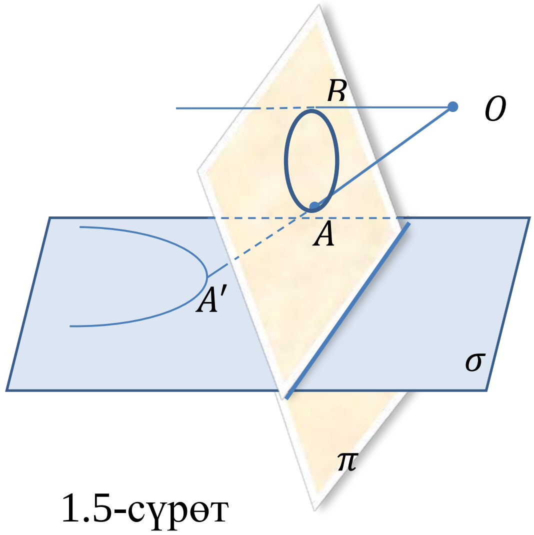
1.3-сүрөт

Ошентип, «кесинди» түшүнүгүнүн борбордук проекциялоодо сакталбай тургандыгын көрдүк. Ошондой эле «арасында жатат» жана «үч чекиттин жөнөкөй катышы» түшүнүктөрү да борбордук проекциялоодо сакталбай калат (1.4-сүрөт).

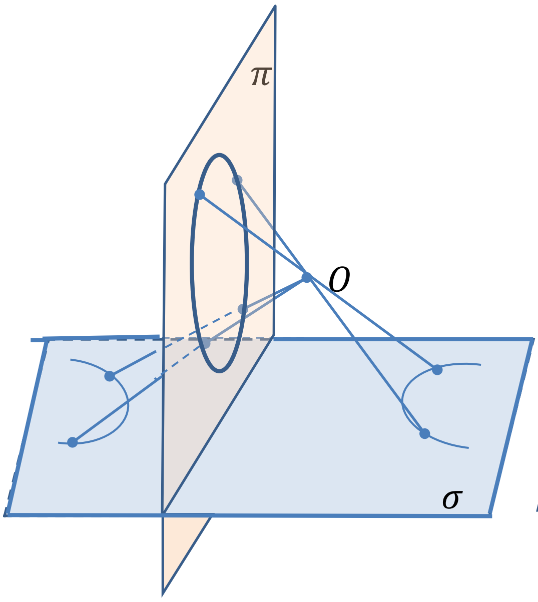
π тегиздигинде жаткан айлананы σ тегиздигине проекциялоодо эллипсти, параболаны, жада калса гиперболаны да алууга боло тургандыгын 1.5,1.6, 1.7- сүрөттөрдөн көрүүгө болот.



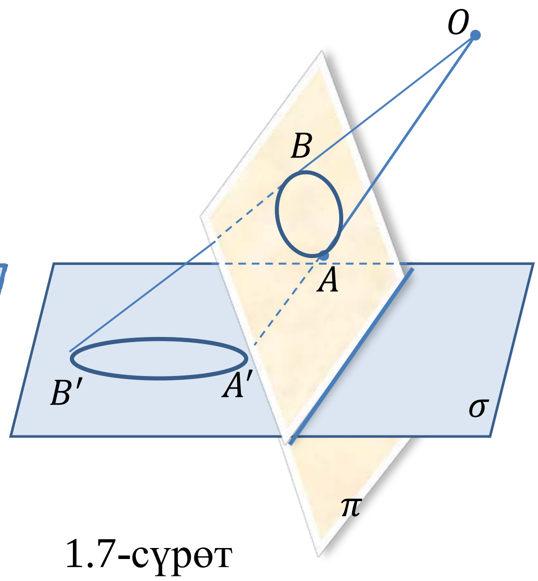
1.4-сүрөт



1.5-сүрөт



1.6-сүрөт



1.7-сүрөт

Туура үч бурчтукту жана тең капталдуу үч бурчтукту проекциялоодо каалагандай формадагы үч бурчтукту алууга боло тургандыгын көрсөтүүгө болот. Ошентип, фигуранын көптөгөн касиеттери анын проекциясына «жарабайт» экен. Ушуга эле окшош, фигура менен байланышкан көптөгөн чондуктарда (кесиндинин узундугу, бурчтун чоңдугу, үч чекиттин жөнөкөй катышы, ж.б.) борбордук проекциялоодо сакталбайт экен.

Экинчи жактан фигуралар борбордук проекциялоодо өзгөрбөй турган (сактала турган) касиеттерге да ээ болушат жана фигураларга байланыштуу **кээ бир чоңдуктар борбордук проекциялоодо сакталышат**. Ушундай касиеттер жана чоңдуктар борбордук **проекциялоонун инварианттары** деп аталышат.

Демек, борбордук проекциялоо төмөндөгүдөй касиеттерге ээ болот экен:

1. Чекиттин проекциясы чекит болот.
2. Түз сызыктын проекциясы түз сызык же чекит болот.
3. Эгерде чекит түз сызыкта жатса, анда анын проекциясы бул түз сызыктын проекциясында жатат.

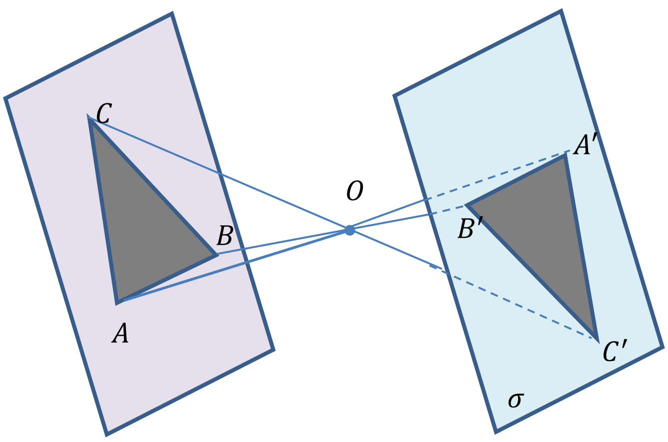
1-мисал. Проекциялоо борбору фигура менен проекциялоо тегиздигинин арасында жаткан учурда фигуранын борбордук проекция кезиндеги сүрөттөлүшүн түзгүлө.

Түзүү. Бизге π тегиздигинде ABC үч бурчтугу берилсин (1.8-сүрөт). Проекциялоо борбору O чекити болуп, ал үч бурчтук жаткан тегиздик менен проекциялоо тегиздигинин арасында жатсын. ABC үч бурчтугунун ар бир чокусунан O чекити аркылуу өткөн түз сызыктарды жүргүзөбүз. Бул түз сызыктар σ проекциялоо тегиздиги менен A', B', C' чекиттеринде кесилишет. Бул чекиттерди туташтыруу менен берилген үч бурчтуктун борбордук проекциялоодогу сүрөттөлүшүнө ээ болобуз.

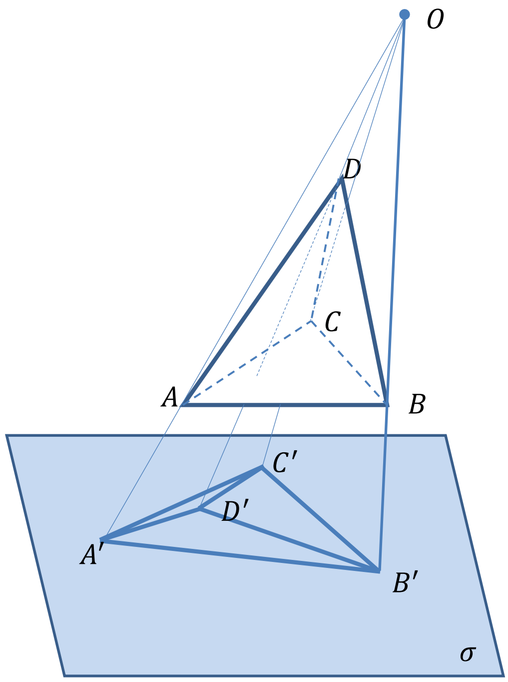
Демек, мындай учурда фигуранын сүрөттөлүшү аңтарылган түрдө алынып калат экен. Эгерде O проекциялоо борбору фигура жаткан тегиздикке караганда проекция тегиздигине жакын жайланышса, анда фигуранын сүрөттөлүшү фигурага караганда кичинерээк өлчөмдө болот, алыс болсо, чоңураак болот.

2-мисал. Проекциялоо борбору пирамиданын сыртында жатып, проекциялоо тегиздиги пирамиданын негизине параллель болгон учурда пирамиданын борбордук проекция кезиндеги сүрөттөлүшүн түзгүлө.

Түзүү. $ABCD$ пирамидасы берилсин. O проекциялоо борбору, σ проекциялоо тегиздиги пирамиданын негизине параллель болсун (1.9-сүрөт). Проекциялоо борборунан проекциялоо тегиздигине пирамиданын чокулары аркылуу өткөн шоолаларды жүргүзөбүз. Натыйжада бул шоолалар проекциялоо тегиздигин A', B', C' жана D' чекиттеринде кесип өтөт. Бул чекиттерди туташтыруу менен берилген пирамиданын борбордук проекциялоодогу тегиздиктеги элесине ээ болобуз.



1.8-сүрөт



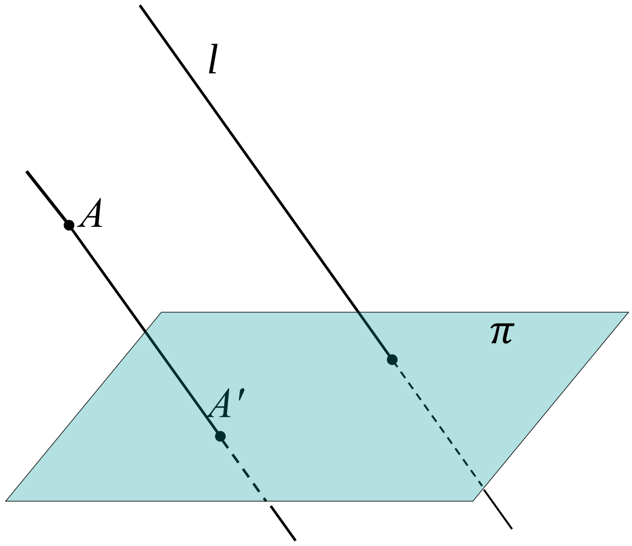
1.9-сүрөт

Ошентип, фигураны борбордук проекциялоодо анын бардык чекиттеринин проекцияларын түзүү шарт эмес. Кесиндинин проекциясынын түзүү үчүн анын эки четки чекитинин проекциясын, ал эми көп бурчтуктун, көп грандыктын проекциясын түзүүдө анын чокуларынын проекциясын түзүү жетиштүү.

§1.2. Параллель проекциялоо

Мейкиндикте кандайдыр бир π тегиздиги жана бул тегиздикке параллель болбогон l түз сызыгы берилсин (1.10-сүрөт). l түз сызыгында жатпаган A чекити аркылуу l түз сызыгына параллель болгон түз сызык жүргүзөлү. Бул түз сызык менен π тегиздигинин кесилиш чекитин A' аркылуу белгилейли.

Аныктама 1.2.1. π тегиздигинде жаткан A' чекити A чекитинин l түз сызыгынын багытына **параллель проекциясы** деп аталат. Мында π – проекция тегиздиги, l түз сызыгы – проекция түз сызыгы деп аталат.



1.10-сүрөт

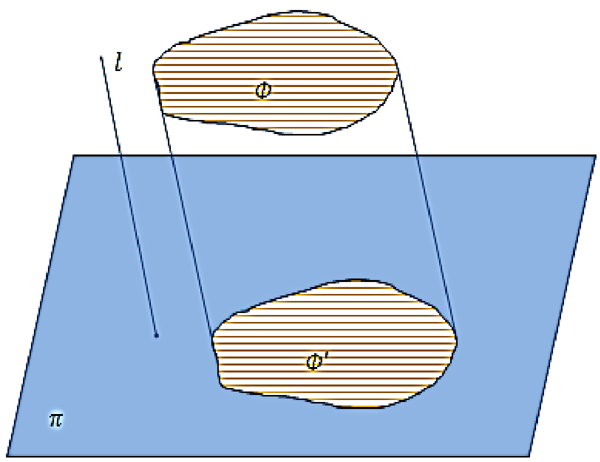
Эгерде A чекити l түз сызыгында жатса, анда анын π тегиздигиндеги проекциясы l түз сызыгы менен π тегиздигинин кесилиш чекити болот. A чекити жана π тегиздиги алдын-ала берилгендиктен, A' чекитин кыскача A чекитинини **параллель проекциясы** деп атоого да болот.

Ошентип, мейкиндиктин ар бир A чекитине π тегиздигинде A' проекциясы туура келет. Бул туура келүүчүлүк π тегиздигине l түз сызыгынын багытына **параллель проекциялоо** деп аталат.

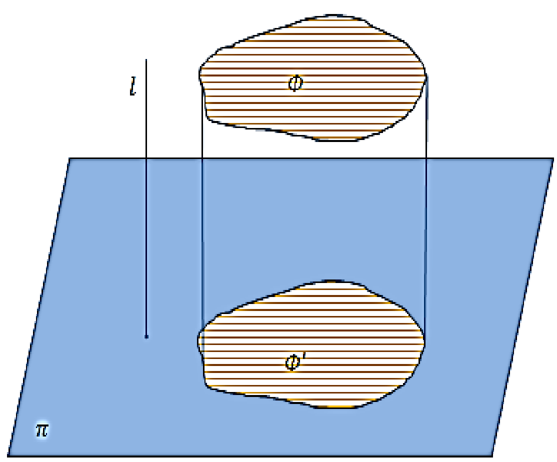
Аныктама 1.2.2. Эгерде l түз сызыгы π тегиздигине перпендикуляр болсо, анда A' чекити A чекитинини **ортогоналдуу проекциясы** деп аталат.

Φ – мейкиндиктеги кандайдыр бир фигура болсун. Бул фигуранын бардык чекиттеринин π тегиздигиндеги проекциялары кандайдыр бир Φ' фигурасын түзүшөт жана ал фигура Φ фигурасынын π тегиздигиндеги l түз сызыгынын багытына параллель **проекциясы** деп аталат. Φ' фигурасы Φ фигурасынан **параллель проекциялоодон алынды** деп да айтылат (1.11-сүрөт).

Эгерде l түз сызыгы π тегиздигине перпендикуляр болсо, анда Φ' фигурасы Φ фигурасынын **ортогоналдуу проекциясы** деп аталат (1.12-сүрөт).



1.11- сүрөт



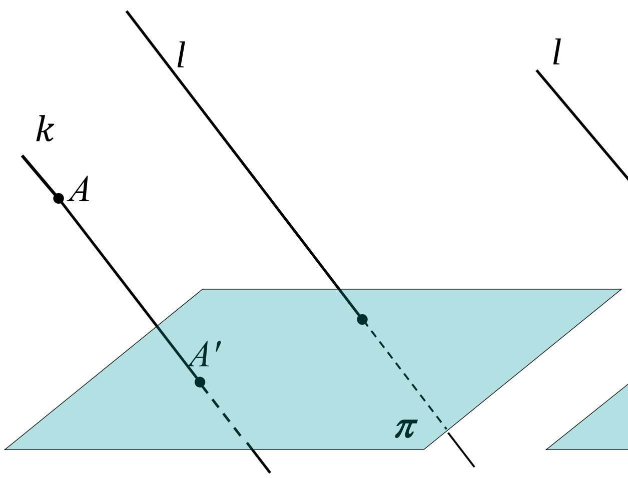
1.12- сүрөт

Паралелль проекциялоонун касиеттерине токтололу.

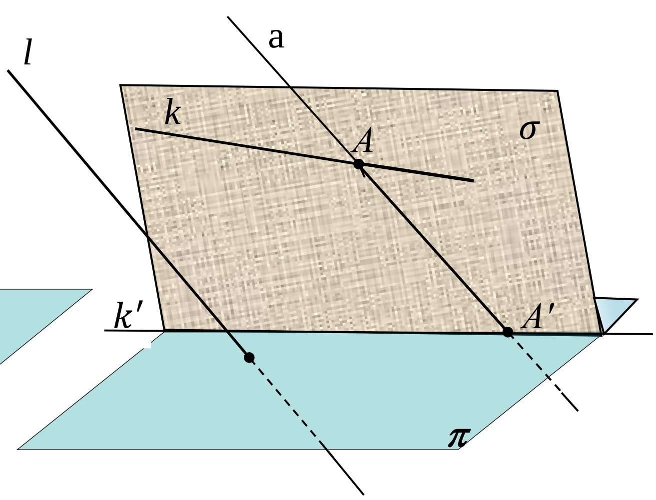
1-касиет. Эгерде кандайдыр бир k түз сызыгы l түз сызыгына параллель болсо же аны менен дал келсе, анда k түз сызыгынын l түз сызыгынын багытына параллель проекциясы чекит болот. Эгерде k түз сызыгы l түз сызыгына параллель болбосо же дал келбесе, анда k түз сызыгынын l түз сызыгынын багытына параллель проекциясы түз сызык болот (1.13-сүрөт).

Далилдөө. Эгерде k түз сызыгы l түз сызыгына параллель болсо, анда k түз сызыгынын π тегиздигиндеги l түз сызыгынын багытына параллель проекциясы – k түз сызыгынын π тегиздиги менен кесилиш чекити болот. Эгерде k түз сызыгы l түз сызыгына дал келсе, анда k түз сызыгынын l түз сызыгынын багытына параллель проекциясы l түз сызыгынын π тегиздиги менен кесилиш чекити болот (параллель проекциялоонун аныктамасы боюнча).

k түз сызыгы l түз сызыгына параллель болбосун же дал келбесин дейли. Анда k түз сызыгынан кандайдыр бир A чекитин алалы да, бул чекит аркылуу l түз сызыгына параллель болгон a түз



1.13-сүрөт



1.14-сүрөт

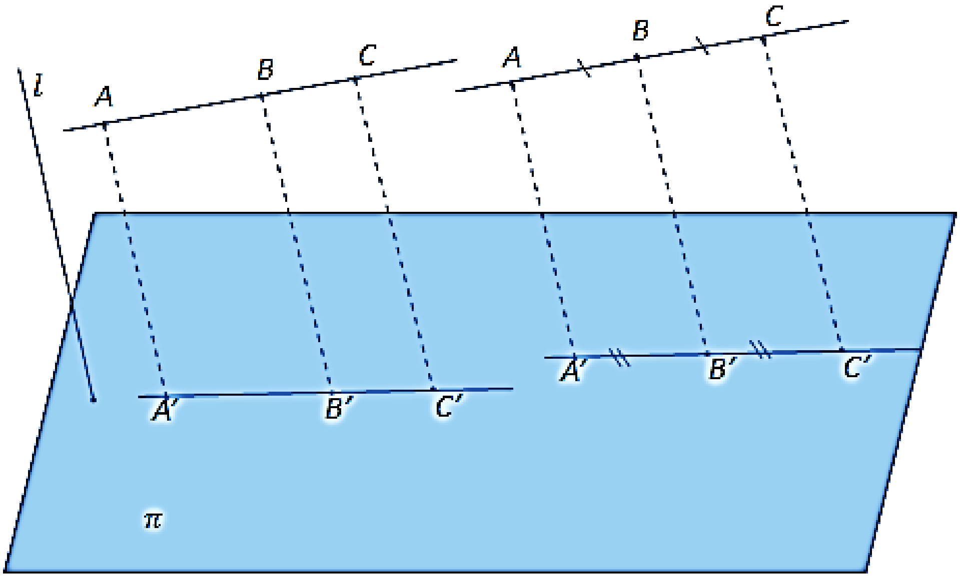
сызыгын жүргүзөлү. Бул түз сызык менен π тегиздигинин кесилиши A чекитинин проекциясы болгон кандайдыр бир A' чекити болот. A' чекити жана k түз сызыгы аркылуу σ тегиздигин жүргүзөлү. Анын π тегиздиги менен кесилиши k түз сызыгынын биз издеп жаткан проекциясы k' түз сызыгы болот (1.14-сүрөт).

2-касиет. Эгерде кесинди l түз сызыгына параллель болгон же дал келген түз сызыкта жатса, анда анын параллель проекциясы чекит болот. Эгерде кесинди l түз сызыгына параллель болбогон түз сызыкта жатса, анда анын параллель проекциясы кесинди болот. Параллель проекциялоо кезинде l түз сызыгына параллель болбогон же дал келбеген түз сызыкта жаткан кесиндилердин узундуктарынын ортосундагы катыш сакталат. Жекече учурда параллель проекциялоодо кесиндинин орто чекити ага туура келген кесиндинин орто чекитине өтөт.

Далилдөө. 1-касиет боюнча кесинди l түз сызыгына параллель болгон же дал келген түз сызыкта жатса, анда анын проекциясы чекит болушу белгилүү.

Кесинди l түз сызыгына параллель болбогон түз сызыкта жаткан учурду карайлы.

A, B жана C чекиттери l түз сызыгына параллель болбогон же дал келбеген k түз сызыгында жатсын; $k' - k$ түз сыгынын π тегиздигиндеги l түз сызыгына параллель проекциясы; A', B', C' чекиттери тиешелүү түрдө A, B жана C чекиттеринин проекциялары, ал эми a, b, c – түз сызыктары бул чекиттер аркылуу өткөн, l түз сызыгына параллель болгон түз сызыктар болсун (1.15-сүрөт).



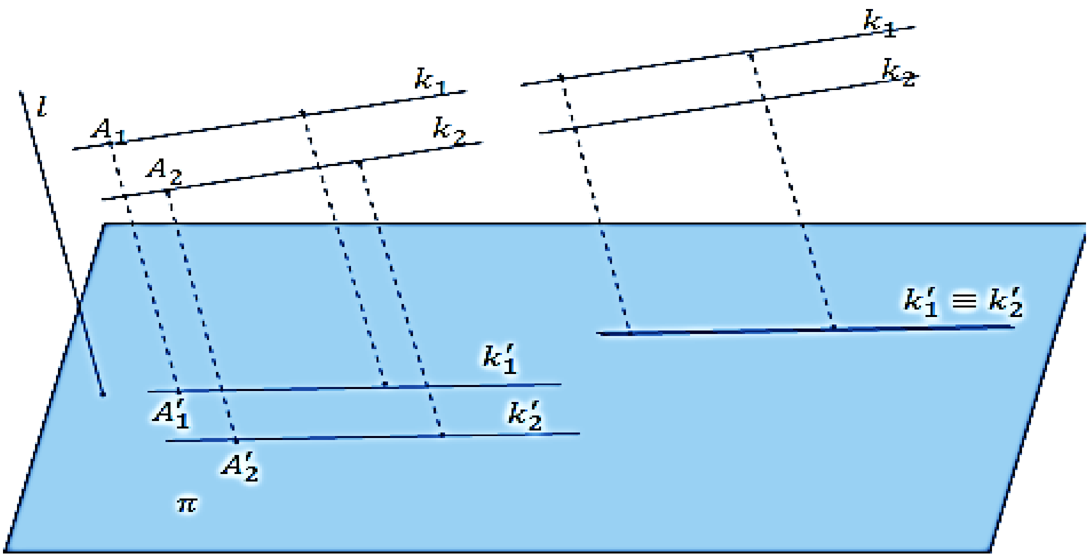
1.15- сүрөт

Анда планиметриядагы Фалестин теоремасы боюнча $AB : BC = A'B' : B'C'$ ээ болобуз. Жекече учурда, B чекити AC кесиндисинин орто чекити болсо, анда B'– $A'C'$тин орто чекити болот.

3-касиет. Эгерде өз ара параллель болгон эки түз сызык l түз сызыгына параллель болбосо, анда алардын l түз сызыгына параллель проекциясы же параллель түз сызыктар болот, же дал келүүчү түз сызыктар болот.

Далилдөө. k_1 , k_2 – өз ара параллель болгон жана l түз сызыгына параллель болбогон түз сызыктар, π – проекциялоо тегиздиги болсун (1.16-сүрөт). π_1, π_2 тегиздиктерин алалы. Бул тегиздиктердин π тегиздиги менен кесилиштери k_1, k_2 түз сызыктардын проекциялары болгон тиешелеш түрдө k_1', k_2' түз сызыктары болсун. Эгерде π_1, π_2тегиздиктери дал келсе, анда k_1, k_2 түз сызыктарынын проекциялары да дал келишет. Эгерде дал келбесе, анда алар тегиздиктердин параллелдүүлүк шарты боюнча бири-бири менен параллель болушат (k_1 түз сызыгы k_2 түз сызыгына параллель, A_1A_1' түз сызыгы A_2A_2' түз сызыгына параллель).

Ошондой эле тегиздиктердин параллелдүүлүк касиети боюнча бул тегиздиктердин π тегиздиги менен кесилиштери параллель болушат.



1.16- сүрөт

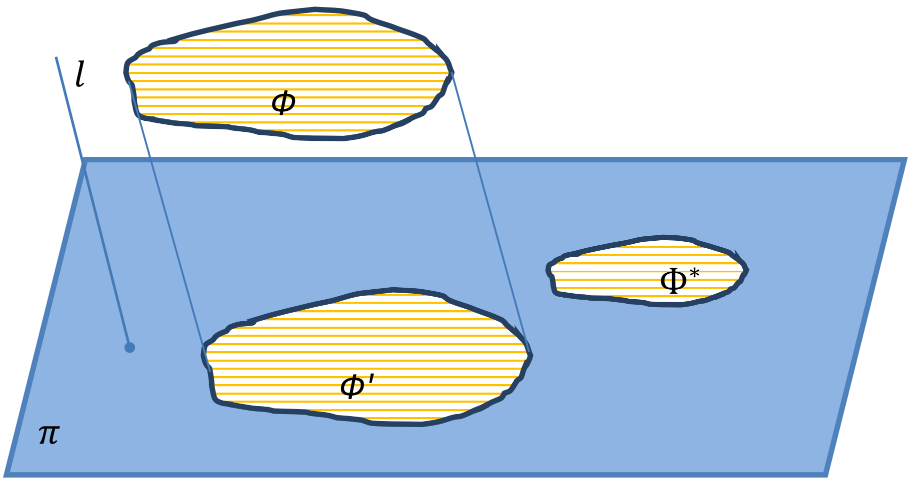
§1.3. Жалпак жана мейкиндик фигураларынын параллель проекциялоодогу сүрөттөлүштөрү

Мейкиндик фигураларынын параллель проекциялоонун жардамында сүрөттөлүштөрүн алууну карайлы.

Геометриялык маселелерди чечүүдө эң алгачкы жана негизги кадам болуп, маселенин шарттарына туура келүүчү чиймени чийүү эсептелинет. Эгерде маселе планиметриялык болсо, анда чийме нусканын көчүрмөсү же ага окшош болот. Ал эми мейкиндик фигураларын сүрөттөөдө бир кыйла кыйынчылыктар пайда болушу мүмкүн.

Кандайдыр бир π тегиздигин алып, аны **сүрөттөө тегиздиги,** андан соң бул тегиздикке параллель болбогон l түз сызыгын алып, анын багытын **проекциялоо багыты** деп атап коелу.

Φ – мейкиндикте жаткан кандайдыр бир жалпак же мейкиндик фигурасы, ал эми Φ' – Φ нин π тегиздигиндеги параллель проекциясы болсун. Мында Φ фигурасы **оригинал,** Φ' – **оригиналдын проекциясы** деп аталат. Φ' фигурасына окшош болгон, π тегиздигинде жаткан ар кандай Φ^* фигурасы Φ фигурасынын **сүрөттөлүшү** деп аталат (1.17-сүрөт). Ушундайча алынган фигуранын сүрөттөлүшү алыстан туруп караганда да оригиналды элестетет.



1.17-сүрөт

Көбүнчө сүрөттөлүш тегиздиги болуп – кагаздын барагы же доска алынат. Ал эми оригиналдын проекциясы баракка же досканын бетине батпашы мүмкүн, батса да, көрүүгө ыңгайсыз абалда жайгашышып калышы мүмкүн. Мындай учурда π тегиздигинде Φ оригиналынын Φ' проекциясын алынат. Φ' фигурасынын элеси болгон Φ^* фигурасы π тегиздигинде ыңгайлуу жайланышкандай жана керектүү өлчөмдө болгондой кылып, π тегиздигин окшош өзгөртүп түзүү жүргүзүлөт.

Ошентип, фигуранын сүрөттөлүшү – сүрөттөлүш тегиздигинен, проекциялоо багытынан, тегиздикти окшош өзгөртүп түзүүнү тандоодон көз каранды болот.

Мейкиндик фигураларын тегиздикте сүрөттөө үчүн жалпак фигураларды туура сүрөттөөнү билүү керек. Себеби алар негизги мейкиндик фигураларынын түзүүчүлөрү болот. Мисалы, жалпак көп бурчтуктар көп грандыктардын грандары, ал эми тегеректер болсо цилиндрлердин жана конустардын негиздери болушат.

Теорема 1.2.1. Эгерде Φ жалпак фигурасы π проекция тегиздигине параллель болгон тегиздикте жатса, анда бул фигуранын π тегиздигиндеги Φ' проекциясы Φ фигурасынын өзүнө барабар болот (1.17-сүрөт).

Далилдөө. A, B – чекиттери Φ фигурасынын чекиттери, ал эми A', B' – тиешелеш түрдө алардын параллель проекциялары болсун. Анда $ABA'B'$ – параллелограмм болот. Ошондуктан $\overrightarrow{AA'}$ векторуна карата параллель жылдыруу B чекитин B' чекитине которот. Φ фигурасынын B чекитин каалагандай тандап алууга мүмкүн болгондуктан, бул параллель жылдыруу Φ фигурасын Φ' фигурасына өткөрөт. Ошентип, Φ менен Φ' фигураларынын барабардыгы келип чыгат.

Анда бул теоремадан төмөнкүгө ээ болобуз:

Эгерде Φ жалпак фигурасы π сүрөттөө тегиздигине параллель болбогон тегиздикте жатса, анда бул фигуранын π тегиздигиндеги Φ' проекциясы жалпы учурда Φ фигурасына барабар болбойт.

Көп бурчтуктун параллель проекциясы, параллель проекциялоонун касиеттери боюнча, же ошончо жактуу көп бурчтук болот, же кесинди болот. Бирок, эгерде көп бурчтуктун кандайдыр бир эки жагы параллель болсо, анда алардын проекциялары да параллель болушат. Жалпысынан параллель проекциялоо кезинде кесиндилердин жана бурчтардын чоңдуктары сакталбагандыктан, тең жактуу үч бурчтуктун проекциясы түрдүү жактуу үч бурчтук болушу, ал эми тик бурчтуу үч бурчтуктун проекциясы тик бурчтуу үч бурчтук болбошу мүмкүн. Ушул сыяктуу эле параллелограммдын проекциясы параллограмм болгону менен, тик бурчтуктун проекциясы тик бурчтук, ромбдун проекциясы ромб боло бербейт, ал эми туура көп бурчтуктун проекциясы туура эмес көп бурчтук болушу мүмкүн.

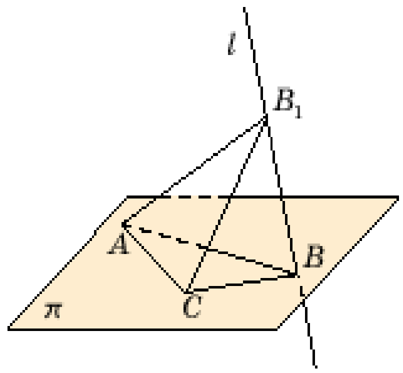
Төмөнкү жалпак фигуралардын параллель проекциялоо кезиндеги сүрөттөлүштөрүн карайлы.

1) Үч бурчтук. Үч бурчтуктун параллель проекциясы үч бурчтук же кесинди болот (параллель проекциянын касиеттери боюнча).

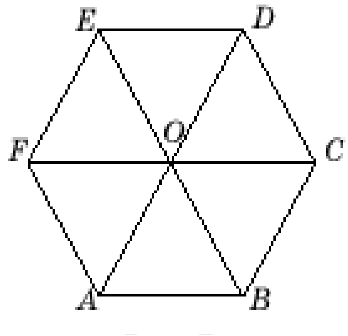
Эгерде үч бурчтуктун тегиздиги проекциялоо тегиздигине параллель болсо, анда жогоруда айткандай, анын проекциясы өзүнө барабар үч бурчтук болот. Жалпы учурда, ар кандай үч бурчтук тең жактуу үч бурчтуктун параллель проекциясы болушун көрсөтөлү.

ABC – π тегиздигинде жаткан кандайдыр үч бурчтук болсун (1.18-сүрөт). Бул үч бурчтуктун бир жагына, мисалы, B_1 чокусу π тегиздигинде жатпай тургандай кылып, AC жагына тең жактуу AB_1C үч бурчтугун түзөлү. l аркылуу B_1 жана B чекиттери аркылуу өткөн түз сызыкты белгилейли. Анда ABC үч бурчтугу AB_1C үч бурчтугунун π тегиздигиндеги l түз сызыгынын багыты боюнча алынган параллель проекциясы болот.

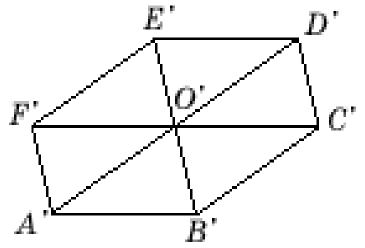
2) Алты бурчтук. O борборлуу $ABCDEF$ туура алты бурчтугунун параллель проекциясын карайлы (1.19-сүрөт). Мындан кандайдыр бир үч бурчтукту алалы, мисалы AOB. Анын π тегиздигиндеги проекциясы каалагандай $A'O'B'$ үч бурчтугу болушу мүмкүн. Андан кийин $O'D' = A'O'$ жана $O'E' = B'O'$ кесиндилерин ченеп коелу да, A' жана D' чекиттери аркылуу $B'O'$ түз сызыгына параллель болгон түз сызыкты, B' жана E' чекиттери аркылуу $A'O'$ түз сызыгына параллель болгон түз сызыкты жүргүзөлү. A' жана D' чекиттеринен $B'O'$ түз сызыгына параллель түз сызыктарды; B' жана E' чекиттеринен $A'O'$ түз сызыгына параллель түз сызыктарды жүргүзөбүз. Жүргүзүлгөн тиешелеш түз сызыктардын кесилиш чекиттерин F' жана C'аркылуу белгилейли. Пайда болгон $A'B'C'D'E'F'$ алты бурчтугу $ABCDEF$ алты бурчтугунун изделип жаткан проекциясы болот (1.20-сүрөт).



1.18-сүрөт



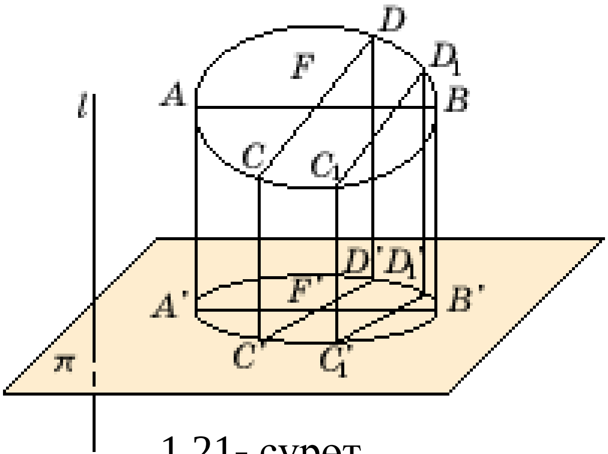
1.19-сүрөт



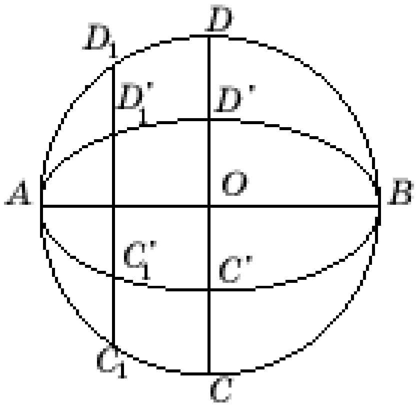
1.20-сүрөт

3) Айлана. Айланын параллель проекция кезиндеги элесин табалы. F –мейкиндиктеги айлана, F' – бул айлананын π тегиздигиндеги l түз сызыгынын багытына карата аныкталган проекциясы болсун. Эгерде l түз сызыгы айлана жаткан тегиздикке параллель болсо же анда жатса, анда айлананын проекциясы кесинди болот. Бул кесиндинин узундугу айлананын диаметрине барабар болот.

l түз сызыгы айлананын тегиздигин кесип өтсүн (1.21-сүрөт). AB – айлананын π тегиздигине параллель болгон диаметри жана $A'B'$ кесиндиси бул диаметрдин π деги проекциясы болсун. Анда $AB = A'B'$ башка бир CD диаметрин жана анын проекциясы болгон $C'D'$ кесиндисин алалы. $C'D':CD$ катышын k аркылуу белгилейли. Параллель проекциялоо кезинде параллелдүүлүк катышы жана параллель кесиндилердин катышы сакталгандыктан,CD диаметрине параллель болгон C_1D_1 хордасы үчүн анын проекциясы $C_1'D_1'$ кесиндиси $C'D'$ге параллель жана $C_1'D_1': C_1D_1$ катышы k га барабар болот. Ошентип, айлананын π тегиздигиндеги проекциясы айлананы өзүнүн кандайдыр бир диаметринин багытына карата бир эле санга кысуу же созуу аркылуу алынат. Мындайча пайда болгон фигура тегиздикте **эллипс** деп аталат. Мисалы, 1.22-сүрөттөгү эллипс айлананы *CD* диаметринин багытына карата 2 эсе кысуудан алынды.



1.21- сүрөт



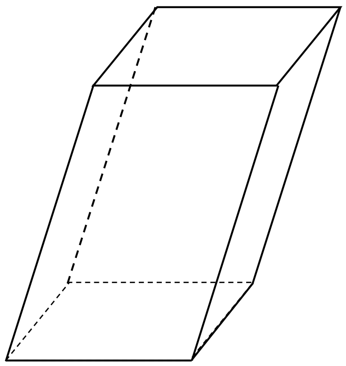
1.22- сүрөт

Мейкиндик фигураларынын тегиздиктеги элестерин карайлы.

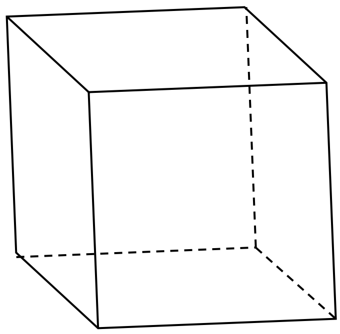
1. Параллелепипед. Параллелепипеддин ар бир граны параллелограмм болгондуктан, анын сүрөттөлүшү параллелограммдарды чийүү аркылуу берилет. Паралеллограммды сызып, аны параллель көчүрүү аркылуу дагы бир ушул чондуктагы параллелограммга ээ болобуз. Бул эки параллелограммдын тиешелүү чокуларын туташтыруу аркылуу параллелепипедге ээ болобуз. Параллелепипедди дагы төмөндөгүдөй кылып сызууга да болот: параллелограмм алабыз да анын чокуларынан бирдей узундуктагы төрт өз ара паралелль кесиндини ченеп коеюп, бул кесиндилердин акыркы чекиттерин туташтырабыз (1.23-сүрөт).

Куб. Кубдун сүрөттөлүшүн берүүдө сүрөттөлүштү түшүрүү тегиздиги кубдун бир гранына параллель тандалып алынат. Бул учурда кубдун сүрөттөлүш тегиздигине параллель алынган эки граны (алдыңкы жана арткы) барабар эки квадрат менен берилет.

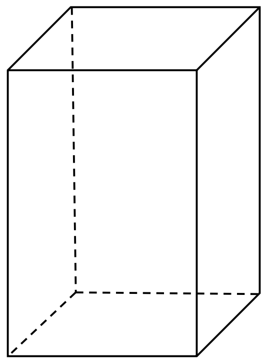
Ал эми калган грандары тиешелеш түрдө параллель жана барабар параллелограммдар аркылуу сүрөттөлөт (1.24-сүрөт).Ушул сыяктуу эле тик паралелепипеддин сүрөттөлүшү алынат(1.25-сүрөт).



1.23-сүрөт



1.24-сүрөт

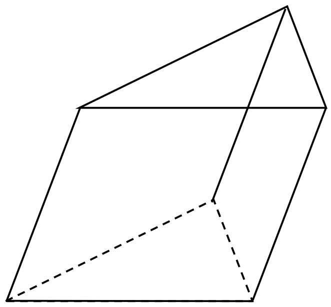


1.25-сүрөт

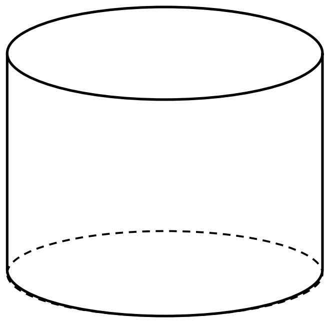
2. **Призма.** Призманын сүрөттөлүшүн берүү үчүн анын негизин түзгөн көп бурчтукту түзүү жетиштүү болот. Андан кийин көп бурчтуктун чокулары аркылуу бекемделген түз сызыкка параллель болгон түз сызыктарды жүргүзүп, алардын бирдей чоңдуктагы кесиндилерди ченеп коебуз. Бул кесиндилердин экинчи учтарын удаалаш туташтыруу менен призманын сүрөттөлүшүнө ээ болобуз. Ал эми кесиндилер өзүлөрү призманын каптал кырларын беришет (1.28-сүрөт).

3. **Цилиндр.** Цилиндрдин тегиздиктеги сүрөттөлүшүн берүү үчүн алгач анын эки негизинин сүрөттөлүшүн беребиз.Мында негиздерди бирин экинчисинен параллель көчүрүү аркылуу алынган эллипстер аркылуу сүрөттөлөт. Андан кийин бул негиздердин тиешелеш чекиттерин туташтыруучу эки түзүүчүнү көрсөтүп коюу жетиштүү болот.

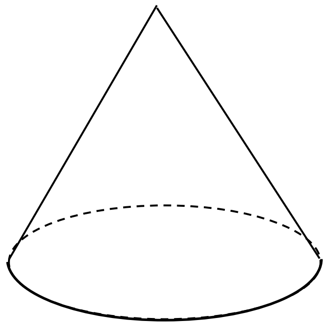
4. **Конус.** Конустун тегиздиктеги сүрөттөлүшүн берүү үчүн анын негизин эллипс аркылуу берип, чокусун аныктап, бул чоку менен негиздин диаметриалдык карама-каршы эки чекитин туташтырып коюу менен көрсөтүүгө болот. Чоку менен негиздин чекиттерин туташтырган бул эки кесинди конустун түзүүчүсү деп аталат (1.28-сүрөт).



1.26-сүрөт



1.27-сүрөт



1.28-сүрөт

Көнүгүүлөр

А деңгээли

1. Мейкиндиктин бардык эле чекиттери үчүн борбордук проекциялоо жашайбы?
2. Борбордук проекциялоо кезинде параллель түз сызыктар кесилишүүчү түз сызыктарга өтүшү мүмкүнбү?
3. Кандай учурда эки түз сызыктын борбордук проекциясы параллель түз сызыктар болот?
4. Проекциялоо тегиздиги фигура менен проекциялоо борборунун арасында жатса, анда фигуранын сүрөттөлүшү жөнүндө эмнени айтууга болот?

5. Проекциялоо борбору проекциялоо тегиздиги менен фигуранын арасында жатса, анда фигуранын сүрөттөлүшү жөнүндө эмнени айтууга болот?
6. Фигура проекциялоо борбору менен проекциялоо тегиздигинин арасында жатса, анда фигуранын сүрөттөлүшү жөнүндө эмнени айтууга болот?
7. Эгерде жалпак фигура проекциялоо тегиздигине параллель тегиздикте жатса, анда анын борбордук проекциялоодогу сүрөттөлүшү жөнүндө эмнени айтууга болот?
8. Параллель проекциялоо кезинде

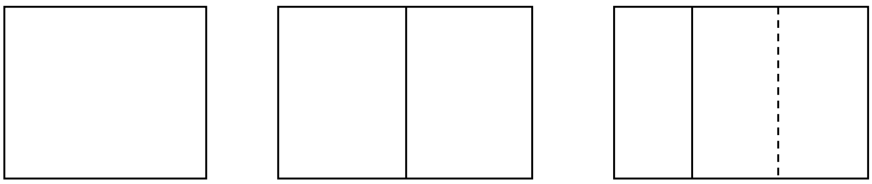
   а) түз сызык; б) эки паралелль түз сызык; в) үч бурчтук

   кандай фигураларга өтөт?
9. Кесилишүүчү эки түз сызыктын параллель проекциясы

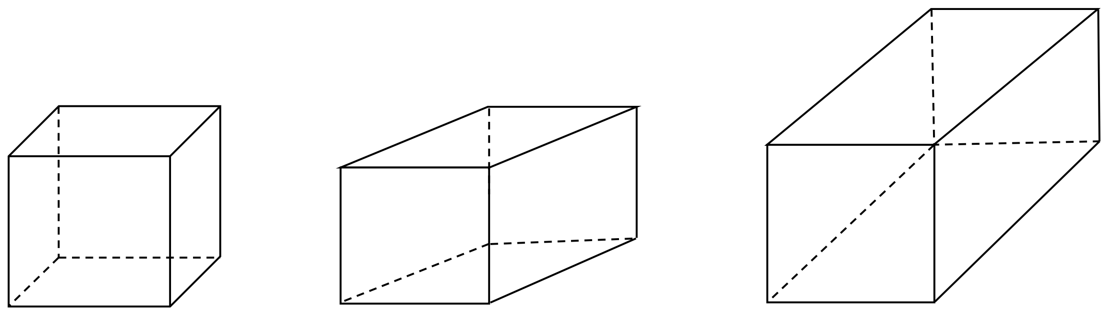
   а) эки кесилищүүчү түз сызык; б) эки паралелль түз сызык;

   в) бир түз сызык; г) түз сызык жана анда жаткан чекит;

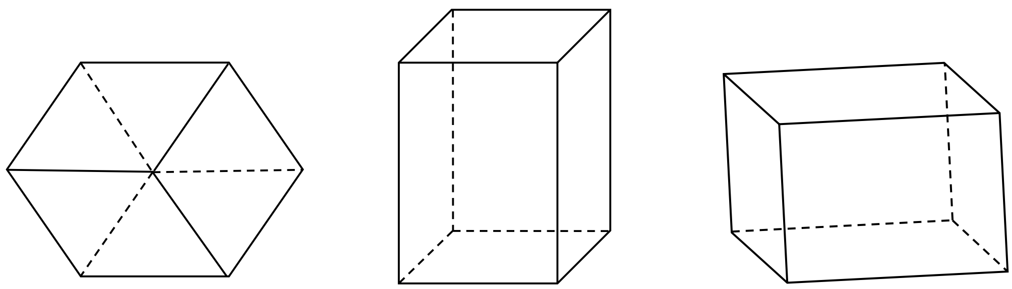
   д) түз сызык жана анда жатпаган чекит болушу мүмкүнбү?
10. 1.29-сүрөттөрдөгү кубдун түрдүү параллель проекциялоодогу сүрөттөлүштөрү берилген. Бул учурлардын ар биринде параллель проекциялоонун багыты жана проекциялоо тегиздиги кантип тандалып алынгандыгын аныктагыла.



а) б) в)



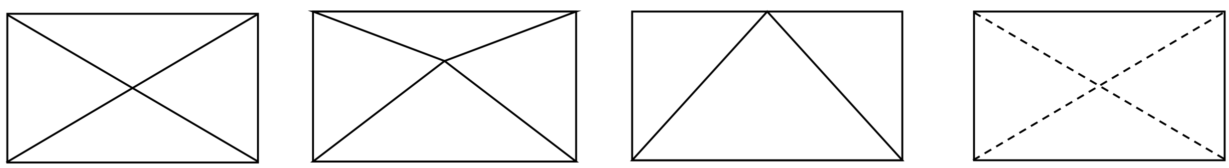
г) д) е)



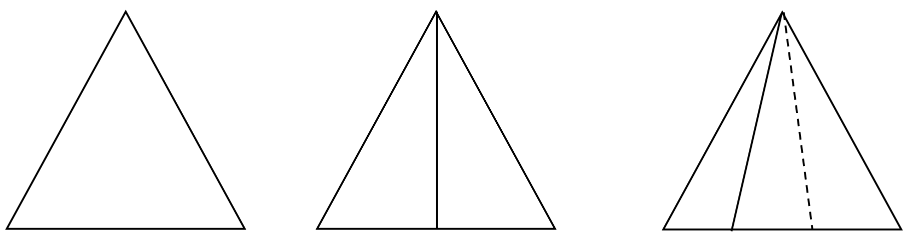
ж) з) к)

1.29-сүрөт

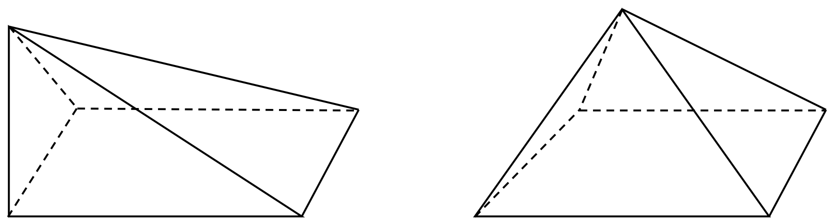
11. 1.30-сүрөттө туура төрт бурчтуу пирамиданын түрдүү параллель проекциялоодогу сүрөттөлүштөрү берилген. Бул учурлардын ар биринде параллель проекциялоонун багыты жана проекциялоо тегиздиги кантип тандалып алынгандыгын аныктагыла.



а) б) в) г)



д) е) ж)



з) к)

1.30-сүрөт

12. Каалагандай үч бурчтуктун орто перпендикулярлары менен сүрөттөлүшүн түзгүлө.

13. Ар кандай эле үч бурчтук – тең жактуу үч бурчтуктун жана тең жактуу тик бурчтуу үч бурчтуктун сүрөттөлүшү болушу мүмкүнбү?

14. Квадрат – а) трапециянын; б) ромбдун;

в) параллелограммдын сүрөттөлүшү болушу мүмкүнбү? Жоопту негиздегиле.

15. Трапециянын төмөнкү негизи жана каптал жактары жогорку негизинен эки эсе чоң. Бул трапецияны чийгиле.

16. Берилген трапециянын сүрөттөлүшү – негиздери бул трапециянын негиздерине пропорционалдуу болгон трапеция болушун далилдегиле.

17. Туура алты бурчтуктун сүрөттөлүшүн берүү жолун сунуштагыла.

18. Туура сегиз бурчтуктун сүрөттөлүшүн түзгүлө.

19. ω айланасы жана анда жаткан A чекити берилген.

а) Айлананын бул чекити аркылуу өткөн жанымасын түзгүлө;

б) Тегиздикти айлананын борбору аркылуу өткөн түз сызыкка карата кысуу кезиндеги айлананын жана A чекити аркылуу өткөн жанымасынын түзгүлө.

20. ω айланасы жана анда жатпаган A чекити берилген.

а) Айлананын бул чекити аркылуу өткөн жанымасын түзгүлө;

б) Тегиздикти айлананын борбору аркылуу өткөн түз сызыкка карата кысуу кезиндеги айлананын жана A чекити аркылуу өткөн жанымасынын түзгүлө.

21. Айлананын сүрөттөлүшү берилген. Төмөнкү сүрөттөлүштөрдү түзгүлө.

а) айланага ичтен сызылган тик бурчтуу тең капталдуу үч бурчтукту;

б) айланага сырттан сызылган тик бурчтуу тең капталдуу үч бурчтукту.

в) айланага ичтен сызылган туура сегиз бурчтукту;

г) айланага сырттан сызылган туура сегиз бурчтуктар.

д) айланага ичтен сызылган туура беш бурчтуктар;

е) айланага сырттан сызылган туура беш бурчтуктар.

22. $ABCD$ квадратынын сүрөттөлүшү берилген. Квадратка сырттан сызылган айланага ичтен сызылган туура үч бурчтуктун сүрөттөлүшүн түзгүлө.

23. $ABCD$ квадратынын сүрөттөлүшү берилген. Квадратка сырттан сызылган кандайдыр бир башка квадраттын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

24. Туура n-бурчтуу призманын сүрөттөлүшүн түзгүлө: n=3,4,5,6.

25. Төрт бурчтуу пирамиданын негизи – төмөнкү негизи жогорку негизинен эки эсе чоң болгон трапеция. Бул пирамиданын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

26. Туура төрт бурчтуу кесилген пирамиданын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

Б деңгээли

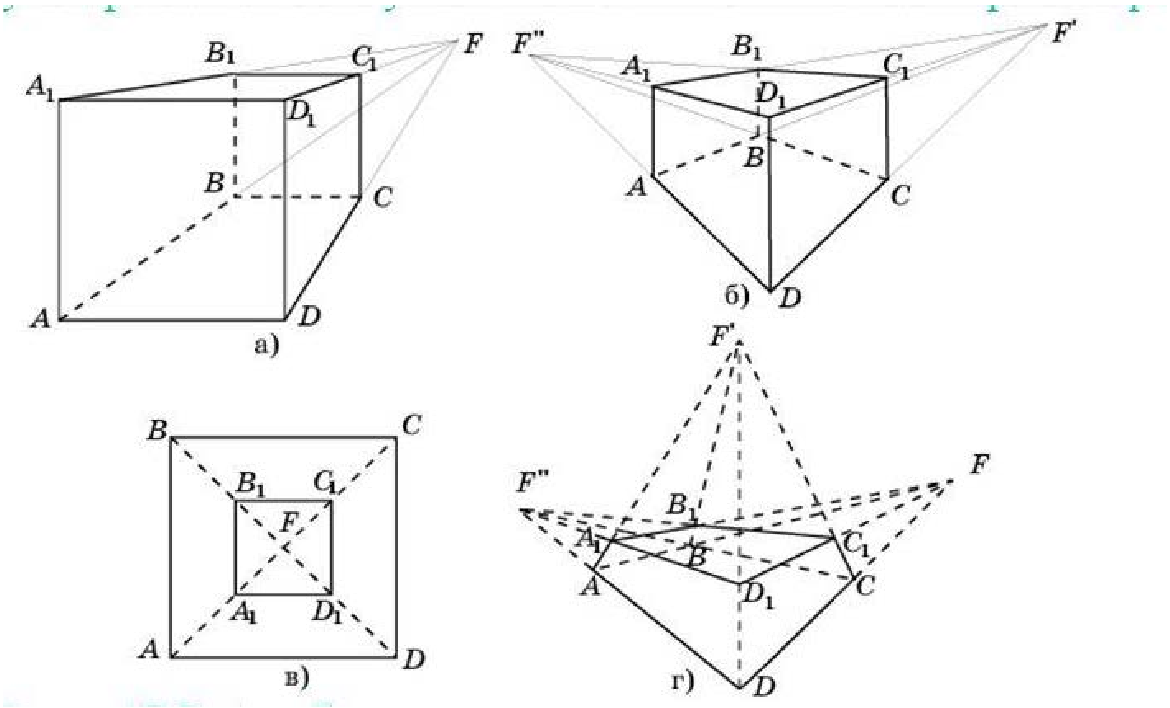
27. π – проекциялоо тегиздиги, O – проекциялоо борбору, a – түз сызык. Түз сызыктын борбордук проекциялоо кезиндеги сүрөттөлүштөрүн көрсөткүлө:

а) проекциялоо борбору проекциялоо тегиздигинде жатпайт, түз сызык проекциялоо тегиздигин кесип өтөт;

б) проекциялоо борбору проекциялоо тегиздигинде жатпайт, түз сызык проекциялоо тегиздигине параллель;

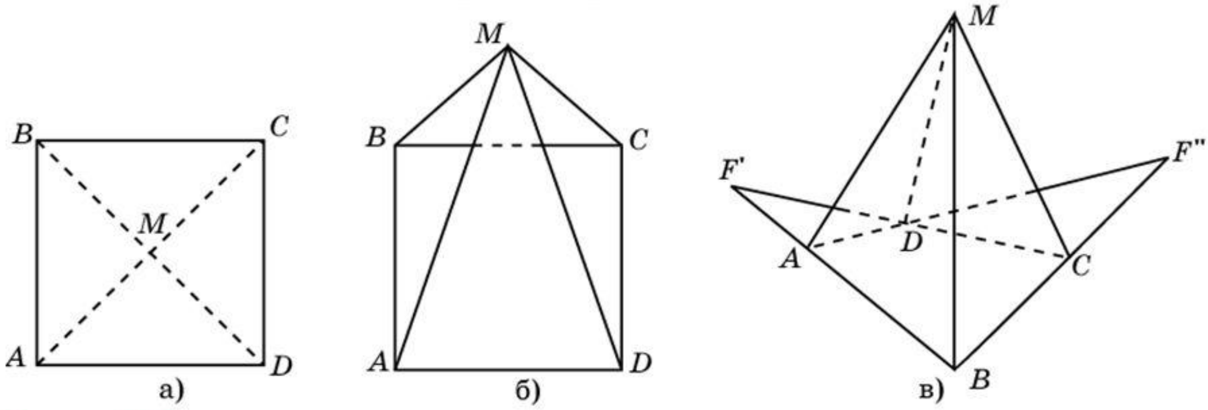
в) проекциялоо борбору түз сызыкта жатат, түз сызык проекциялоо тегиздигин кесип өтөт.

28. 1.31-сүрөттө кубдун борбордук проекциялоодогу түрдүү сүрөттөлүштөрү берилген. Ар бир учурда кубдун проекциялоо тегиздигине карата жайланышын аныктагыла.



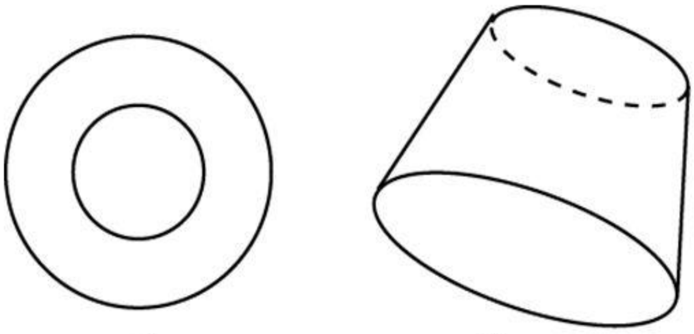
1.31-сүрөт

29. 1.32-сүрөттө туура төрт бурчтуу пирамиданын борбордук проекциялоодогу түрдүү сүрөттөлүштөрү берилген. Ар бир учурда пирамиданын проекциялоо тегиздигине карата жайланышын аныктагыла.



1.32-сүрөт

30. 1.33-сүрөттө цилиндрдин борбордук проекциялоодогу түрдүү сүрөттөлүштөрү берилген. Ар бир учурда цилиндрдин проекциялоо тегиздигине карата жайланышын аныктагыла.



а) б)

1.33-сүрөт

31. l жана d түз сызыктары өз ара параллель болгон 3 түз сызык менен тиешелүү түрдө A,B,C жана A_1, B_1, C_1 чекиттеринде кесилишет. (A,B,C) = (A_1, B_1, C_1) болушун далилдегиле.

32. Эки түз сызык бир тегиздикте жатат. Бул түз сызыктардын бирөөсүндө барабар кесиндилерди ченеп коюп, кесиндилердин учтары аркылуу экинчи түз сызык менен кесилишкен параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Бул параллель түз сызыктар экинчи түз сызыкты барабар болгон кесиндилерде кесип өтөөрүн далилдегиле (Фалестин теоремасы).

33. Фалестин теоремасына карама-каршы теореманы формулировкалагыла жана далилдегиле.

34. Параллель проекциялоонун төмөндөгү касиеттерин далилдегиле:

а) Параллель проекциялоо кезинде түз сызыктын үч чекитинин жөнөкөй катышы сакталат;

б) Параллель кесиндилердин проекциялары параллель болушат же бир түз сызыкта жатышат.

35. A_0B_0 кесиндиси π тегиздигинде параллель, ал эми AB кесиндиси A_0B_0 нын бул тегиздиктеги проекциясы. AB= A_0B_0 болушун далилдегиле.

36. π_1 жана π_2 тегиздиктеги өз ара параллель. l –аларды кесүүчү түз сызык. F_0 фигурасынын берилген тегиздиктердеги l түз сызыгына карата параллель проекциялары болгон F_1 жана F_2 фигураларынын барабар болушун далилдегиле.

37. l жана d түз сызыктары өз ара параллель. Бул түз сызыктарды бир чекит аркылуу өтүүчү үч түз сызык тиешелүү түрдө A,B,C жана A_1, B_1, C_1 чекиттеринде кесип өтөт. (AB,C)=(A_1B_1, C_1) болушун далилдегиле.

38. Цилиндрдин жана ага ичтен сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө.

39. Цилиндрдин жана ага сырттан сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө.

40. Конустун жана ага ичтен сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө.

41. Конустун жана ага сырттан сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө.

42. Цилиндрге ичтен сызылган шардын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

43. Кубдун кырлары менен жанышкан сферанын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

44. Конуска ичтен сызылган шардын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

2-глава. Көп грандыктардын тегиздиктер менен кесилиши

Көп грандыктын тегиздик менен кесилишин түзүү – көп грандыктын кырлары менен кесүүчү тегиздиктин кесилишинен пайда болгон чекиттерди табуу жана аларды көп грандыктын грандарында жаткан кесиндилер менен туташтыруу болуп эсептелинет. Көп грандыкты тегиздик менен кесилиши кандайдыр бир көп бурчтук болот да, ал *кесилиш* деп аталат.

Көп грандыктын тегиздик менен кесилишин табуу үчүн 2 метод пайдаланылат: аксиоматикалык метод (издер методу, жардамчы кесилиштер методу же ички проекциялоо методу), айкалыштырылган метод.

§2.1. Издер методу

Тегиздик томпок көп грандыктын грандарынын тегиздиги менен жана кырлары жаткан түз сызыктар менен кесилишсин. Мындай тегиздик **кесүүчү тегиздик** деп аталат.

Кесүүчү тегиздик менен көп грандыктын кандайдыр бир гранынын тегиздигинин кесилишинен пайда болгон түз сызык – кесүүчү тегиздиктин бул грандын тегиздигиндеги **изи**, ал эми кесүүчү тегиздик менен кандайдыр бир кырды кармаган түз сызыктын кесилиш чекити – кесүүчү тегиздиктин бул түз сызыктагы **изи** деп аталат.

Эгерде кесүүчү тегиздик көп грандыктын кандайдыр граны менен кесилишсе, анда жогорудагыдай эле, кесилиштен пайда болгон түз сызык кесүүчү тегиздиктин **грандагы изи**; кандайдыр бир кыры менен кесилишсе, **кырындагы изи** деп аталат.

Кесүүчү тегиздиктин көп грандыктын негизи менен кесилиши, кыскача, кесүүчү тегиздиктин изи деп аталат. Көбүнчө ушул издин жардамында көп грандыктын кесилишин табуу башталат.

Кесүүчүнү табуу үчүн маселенин берилиши түрдүү болот, бирок көбүнчө бир түз сызыкта жатпаган үч чекит аркылуу өткөн кесүүчүнү табуу талап кылынат.

Көп грандыктын төмөнкү негизинин тегиздигиндеги издин жардамы менен кесилишти түзүүдө берилген чекиттердин төмөнкү негиздеги проекциялары бир маанилүү табылат.

Эгерде көп грандык призма болсо, анда төмөнкү негизине карата проекциялоо – призманын каптал кырына параллель аныкталат. Эгерде көп грандык пирамида болсо, анда негизине борбордук проекциялоо аркылуу аткарылат. Мында проекциялоо борбору болуп – пирамиданын каптал кырлары кесилишкендеги (чогулгандагы) чокусу саналат.

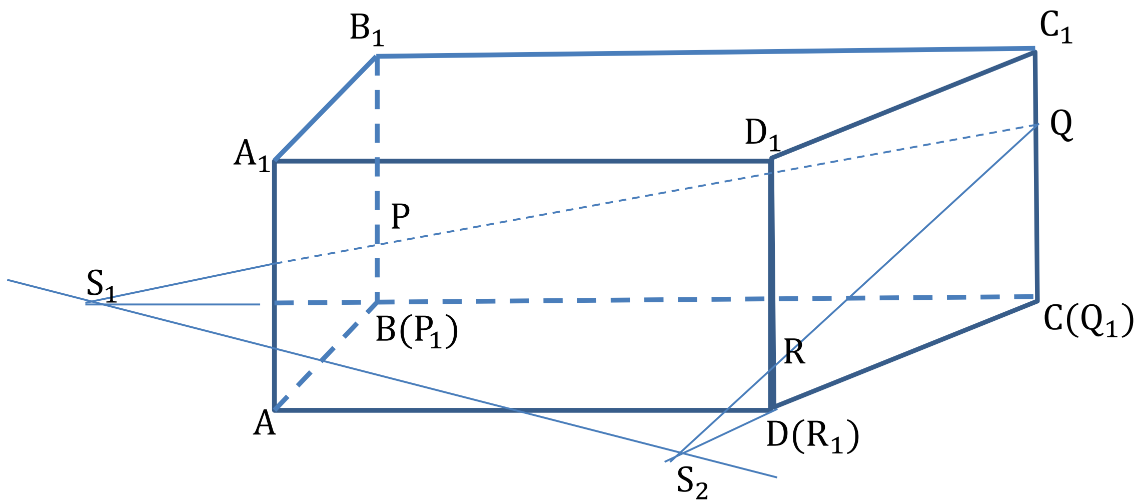
Издер методу менен түзүлүүчү кесилишти табууга карата мисалдарды карайлы.

2.1-мисал. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын BB_1, CC_1 жана DD_1 кырларында тиешелүү түрдө $P,\ Q$ жана R чекиттери берилсин. PQR кесүүчү тегиздигинин изин түзгүлө.

Чыгаруу. PQR тегиздигинин призманын төмөнкү негизиндеги изин табуу үчүн P, Q жана R чекиттеринин төмөнкү $ABCD$

негизиндеги проекцияларын табабыз. Мында призманын каптал кыры проекциялоо багытын аныктайт (2.1-сүрөт).

P чекити BB_1 кырында жаткандыктан, анын проекциясы болгон P_1 чекити B чекити менен дал келет. Ошондой эле Q_1 чекити C чекити менен, R_1 чекити D чекити менен дал келет. PP_1 жана QQ_1 түз сызыктары параллель болгондуктан P, Q, P_1 жана D_1 чекиттери бир тегиздикте жатышат. PQ жана P_1Q_1 түз сызыктарынын кесилиши болгон S_1 чекитин түзөлү. S_1 чекити PQ түз сызыгында жаткандыктан, ал кесүүчү тегиздикте да жатат. Андан сырткары S_1 чекити P_1Q_1 түз сызыгында, башкача айтканда призманын төмөнкү негизинде да жатат. Ошентип, S_1 чекити кесүүчү тегиздик менен негиздин тегиздигинин кесилишинде, башкача айтканда PQR кесүүчү тегиздиктин изинде жатат.



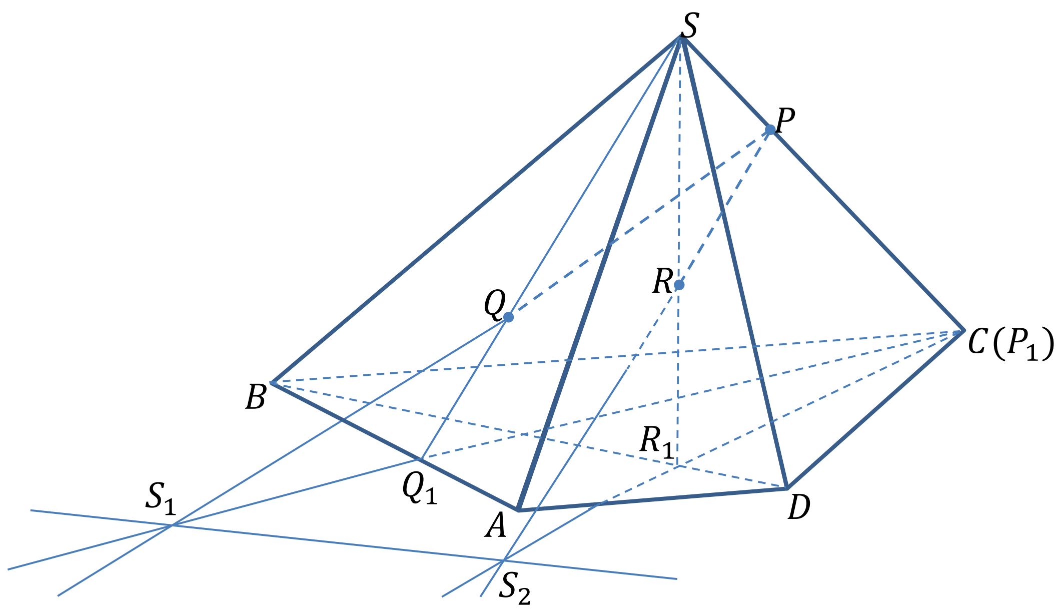
2.1-сүрөт

Ушул сыяктуу эле PR жана P_1R_1 түз сызыктарынын кесилиши S_2 чекитин табабыз. S_2 чекити да кесүүчү тегиздиктин изинде жатат. Ошентип, PQR кесүүчү тегиздигинин изи болуп S_1S_2 түз сызыгы эсептелинет.

2.2-мисал. $SABCD$ пирамидасынын SC кырында P чекити, SAB гранында Q чекити, SBD тегиздигинде R чекити берилди. PQR кесүүчү тегиздигинин изин тапкыла (2.2-сүрөт).

Чыгаруу. S чокусун проециялоо борбору деп эсептеп, PQ жана R чекиттеринин ABC тегиздигиндеги проекцияларын табалы. C чекити менен дал келген P_1 чекитин, AB кырында жаткан Q_1 чекитин, BD диоганалында жаткан R_1 чекитин алабыз.

PP_1 жана QQ_1 түз сызыктары кесилишкендиктен, алар бир тегиздикте жатышат. Мындан PQ жана P_1Q_1 түз сызыктары да бир тегиздикте жатышы келип чыгат. Бул түз сызыктардын кесилиши S_1 чекити болот. Түзүү боюнча S_1 чекити PQ түз сызыгында жаткандыктан, ал кесүүчү тегиздикте жатат. Ошону менен бирге эле S_1 чекити P_1Q_1 түз сызыгында жаткандыктан, ал негиздин тегизидигинде жатат.



2.2-сүрөт

Ошентип, S_1 чекити кесүүчү тегиздик менен негиздин тегиздигинин кесилишинде, б.а. кесүүчү тегиздиктин изинде жатат. PR жана P_1R_1 түз сызыктарынын кесилиши S_2 чекити да ушул сыяктуу аныкталат. S_2 чекити да кесүүчү тегиздиктин изинде жатат. Демек, S_1S_2 түз сызыгы кесүүчү тегиздиктин изи болуп саналат.

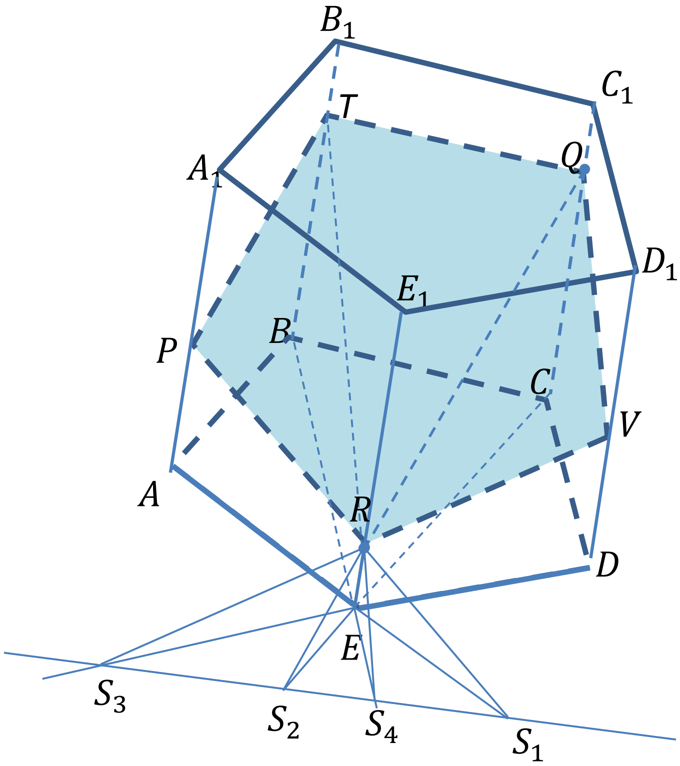
2.3-мисал. $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ призмасынын AA_1, CC_1 жана EE_1 кырларында тиешелүү түрдө P, Q жана R чекиттери берилди. Призманын PQR тегиздиги менен кесилишин тапкыла (2.3-сүрөт)

Чыгаруу. 1) P, Q жана R чекиттеринин төмөнкү негиздеги каптал кырына параллель багыттагы проекциялары болгон P_1, Q_1, R_1 чекиттерин табалы. Мында P_1 чекити A чекити менен, $Q_1 - C$ чекити менен, $R - E$ чекити менен дал келет. Андан кийин кесүүчү тегиздиктин S_1S_2 изин табабыз. PR жана AE түз сызыктары S_1 чекитинде QR жана CE түз сызыктары S_2 чекитинде кесилишет.

2) Андан ары кесүүчү тегиздиктин DD_1 түз сызыгындагы изи болгон V чекитин табабыз. Ал үчүн алгач DE түз сызыгы менен S_1S_2 түз сызыгынын кесилиши S_3 чекитин аныктайбыз. Андан кийин DS_3 түз сызыгы менен RS_3 түз сызыгынын кесилиши болгон V чекити түзүлөт.

3) Кесүүчү тегиздиктин BB_1 түз сызыгындагы изин табуу калды. Аны V чекитин тапкандай эле табабыз. Ал үчүн BE түз сызыгы менен S_1S_2 түз сызыгынын кесилиши S_4 ту табабыз, андан кийин S_4R жана BB_1 түз сызыктарынын кесилиши болгон T чекитин түзөбүз. Мында T кесүүчү тегиздиктин BB_1 түз сызыгындагы изи.

4) Түзүлгөн V жана T чекиттеринин PQR тегиздигинде жаткандыгын көрсөтөлү. S_3 чекити кесүүчү тегиздиктин изинде жатышынан, анын PQR тегиздигинде жатышы келип чыгат. Ал эми R чекити шарт боюнча PQR тегиздигинде жатат. Ошентип, S_3R түз сызыгында жаткан V чекити PQR тегиздигине таандык.



2.3-сүрөт

Ушундай эле кылып, T чекитинин PQR тегиздигинде жатышын көрсөтүүгө болот. Демек, $PRVQT$ көп бурчтугу изделип жаткан кесилиш болуп саналат.

2.4-мисал. $SABCD$ пирамидасынын SC кырында P чекити, SAB жана SAD грандарында тиешелүү түрдө R жана Q чекиттери берилди. Пирамиданын PQR тегиздиги менен кесилишин түзгүлө (2.4-сүрөт).

Чыгаруу. Кесилишти төмөндөгүдөй кадамдарды аткаруу менен түзөбүз.

1) PQR тегиздигинин изин түзөбүз. Ал үчүн S чекитинен тарта P, Q жана R чекиттеринин $ABCD$ тегиздигиндеги проекцияларын табабыз. Мында S проекциялоо борбору. Анда P_1 чекитине (C менен дал келген), Q_1 жана R_1 чекиттерине ээ болобуз. Андан кийин PQR кесүүчү тегиздигинин S_1S_2 изин түзөбүз. Мында S_1 –

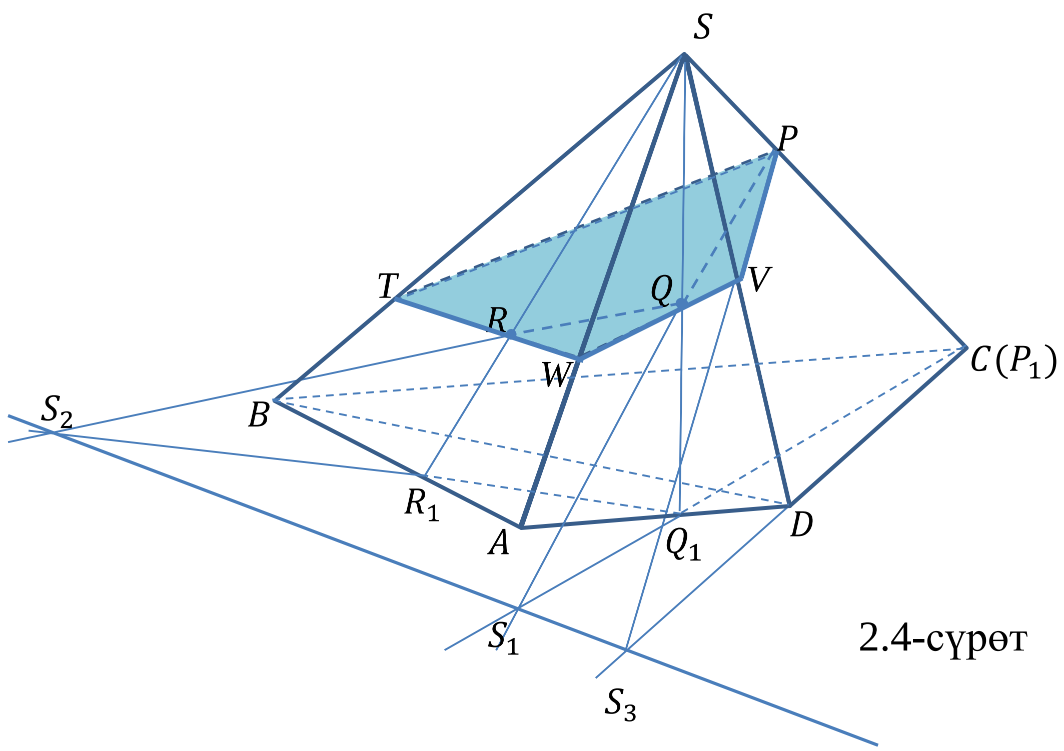
PQ жана CQ_1 түз сызыктарынын, S_2 – RQ жана R_1Q_1 түз сызыктарынын кесилиши.

2) Кесүүчү тегиздиктин SD түз сызыгындагы изин түзөбүз. Ал үчүн CD түз сызыгы менен S_1S_2 изинин кесилиши болгон S_3 чекитин таап S_3P түз сызыгын жүргүзөбүз. SD менен S_3P нын кесилишинен пайда болгон V чекити кесүүчү тегиздиктин SD түз сызыгындагы изи болуп саналат.

3) Андан аркы түзүүдө S_1S_2 изин пайдаланбай эле SA түз сызыгындагы W чекитин табууга болот. V жана Q чекиттери кесүүчү тегиздикте жана SAD тегиздигинде жатышкандыктан VQ түз сызыгы бул тегиздиктердин кесилиши болот. VQ жана SA түз сызыктарынын кесилишинде W чекити пайда болот.

4) Жогорудагыдай эле ой жүгүртүү менен кесүүчү тегиздиктин SAB гранындагы WT изине, SBC гранындагы TP изине ээ болобуз.

5) $PVWT$ – биз издеп жаткан кесилиш болуп саналат.



2.4-сүрөт

§2.2. Жардамчы кесилиштер методу (Проекциялоо методу)

Издер методу менен кесүүчү тегиздиктин изин табууда из чийменин чегинен чыгып кетиши мүмкүн. Ошондуктан мындай учурда издер методун пайдалануу ыңгайсыз болуп калат. Кесүүчү тегиздикти түзүүдө жардамчы кесилиштер методу универсалдык метод болуп саналат. Бул метод менен аткарылган түзүүлөр көп бурчтуктун ичинде жүргүзүлгөндүктөн, алар «үймөктөлгөн» болуп калат. Ошондуктан бул методду ички проекциялоо методу деп да айтууга болот.

Мисалдарга токтололу. Жогорудагы 2.3- мисалды жардамчы кесилиштер методу менен чечели. (2.5-сүрөт)

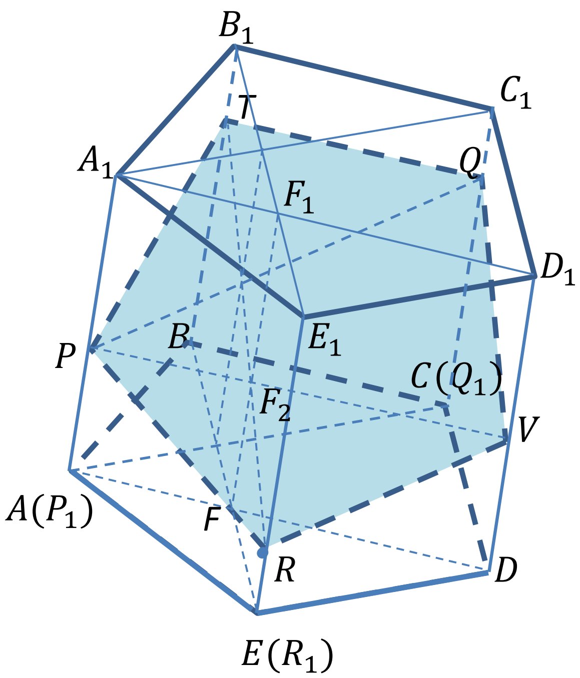
Чыгаруу. 1) $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ призмасынын берилген PP_1, QQ_1 жана RR_1 үч түз сызыгынын кандайдыр бир экөөсү аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзөлү. Бул кесилишти биринчи жардамчы кесилиш деп атап коебуз. Аныктык үчүн PP_1 жана QQ_1 түз сызыктары аркылуу өткөн тегиздикти карайлы. Анда бул кесилиш болуп AA_1C_1C төрт бурчтугу алынат.

2) PQR кесүүчү тегиздигинин BB_1 деги изин табалы. Ал үчүн призманын тегиздик менен экинчи жардамчы кесилишин түзөбүз. Бул кесилишти RR_1 түз сызыгы жана BB_1 каптал кыры аркылуу өткөрөбүз. Мында BB_1E_1E кесилиши пайда болот.

3) AA_1C_1C жана BB_1E_1E жардамчы кесилиштердин тегиздиктеринин кесилиши болгон OO_1 түз сызыгын, андан кийин PQ жана OO_1 түз сызыктарынын кесилиши болгон O_2 чекиттин табабыз.

4) O_2 чекити PQ түз сызыгында жаткандыктан, ал PQR тегиздигинде да жатат. Анда RO_2 түз сызыгыда PQR тегиздигинде жатат. Мындан RO_2 жана BB_1 түз сызыктарынын кесилиши болгон T чекитинин кесүүчү тегиздикте жатышы келип чыгат. Ошентип, T чекити – PQR тегиздигинин BB_1 деги изи болуп саналат.

5) Жогорудагыдай эле PQR тегиздигинин DD_1 түз сызыгындагы изин табабыз. Ал үчүн BB_1E_1E жана AA_1DD_1 тегиздиктеринин кесилиши FF_1 түз сызыгын, андан кийин RT жана FF_1 түз сызыктарынын кесилиши болгон F_2 чекитин түзөбүз. PF_2 түз сызыгын жүргүзүү менен PQR тегиздигинин DD_1 түз сызыгындагы V изин алабыз.



2.5-сүрөт

6) Берилген жана түзүлгөн чекиттерди туташтыруу менен изделип жаткан кесилиш – $PRVQT$ көп бурчтугуна ээ болобуз.

§2.3. Айкалыштырылган метод

Бул метод менен маселени чечүүдө түз сызыктардын жана тегиздиктердин параллелдүүлүк жөнүндөгү теоремалар издер методу менен же жардамчы кесилиштер методу менен, же бул методдордун экөө менен биргеликте пайдаланылат.

Кесилишти түзүүдө төмөнкү теоремалар колдонулат.

1) Эгерде эки параллель тегиздик үчүнчү бир тегиздик менен кесилишсе, анда кесилиште пайда болгон түз сызыктар өз ара параллель болушат.

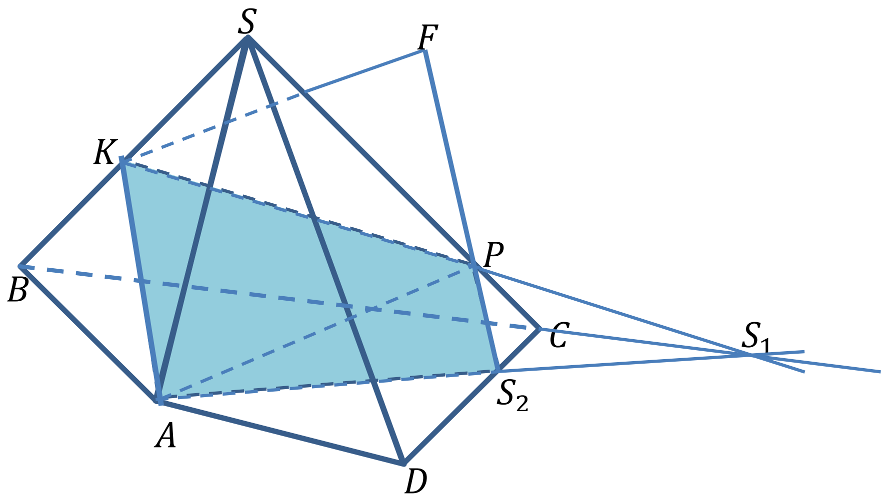
2) Эгерде түз сызык эки кесилишүүчү тегиздиктин ар бирине параллель болсо, анда ал тегиздиктеринин кесилишиндеги түз сызыкка параллель болот.

3) Эгерде тегиздик менен түз сызык параллель болушуп, бул түз сызык аркылуу берилген тегиздик менен кесилишүүчү тегиздик өтсө, анда тегиздиктердин кесилиши менен берилген түз сызык параллель болушат.

Төмөндөгүдөй мисалды чыгарууга токтололу.

2.5-мисал. $SABCD$ пирамидасынын SB жана SC кырларында тиешелеш түрдө K жана P чекиттери берилген. K чекити аркылуу өтүп, AP түз сызыгына параллель болгон түз сызыкты түзгүлө (2.6-сүрөт).

K чекити аркылуу өтүп, AP түз сызыгына параллель болгон, башкача айтканда A_1P_1K тегиздиги менен пирамиданын кесилишин түзөлү. Ал үчүн адаттагыдай эле кесүүчү тегиздиктин изин S_1A түз сызыгын табабыз. Андан кийин $AKPS_2$ кесилишин түзөбүз. Бул кесилиштин тегиздигинде K чекити аркылуу өткөн, AP түз сызыгына параллель болгон KF түз сызыгын жүргүзөбүз. Ушул KF түз сызыгы биз издеп жаткан түз сызык болот.



2.6-сүрөт

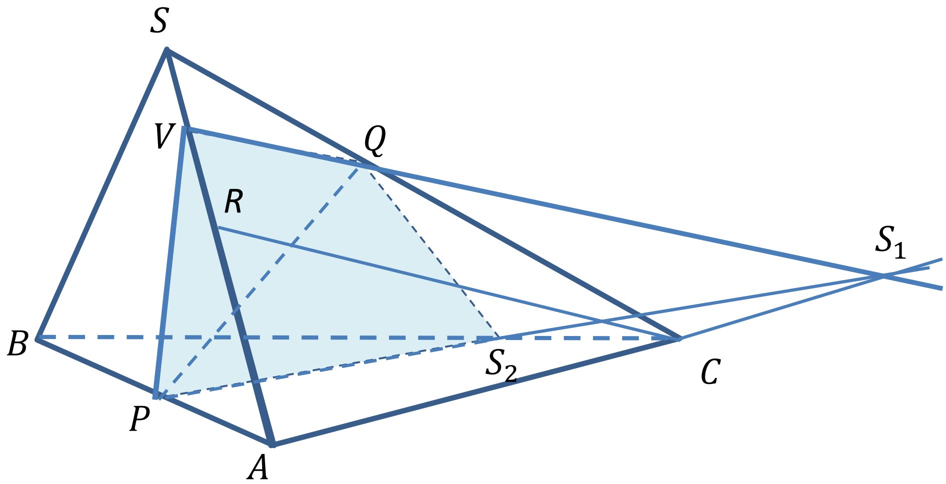
2.6-мисал. $SABC$ пирамидасынын AB , SC жана SA кырларында тиешелүү түрдө $P,$ Q жана R чекиттери берилген.

а) PQ түз сызыгы аркылуу өтүп, CR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен пирамиданын кесилишин түзгүлө (2.7-сүрөт);

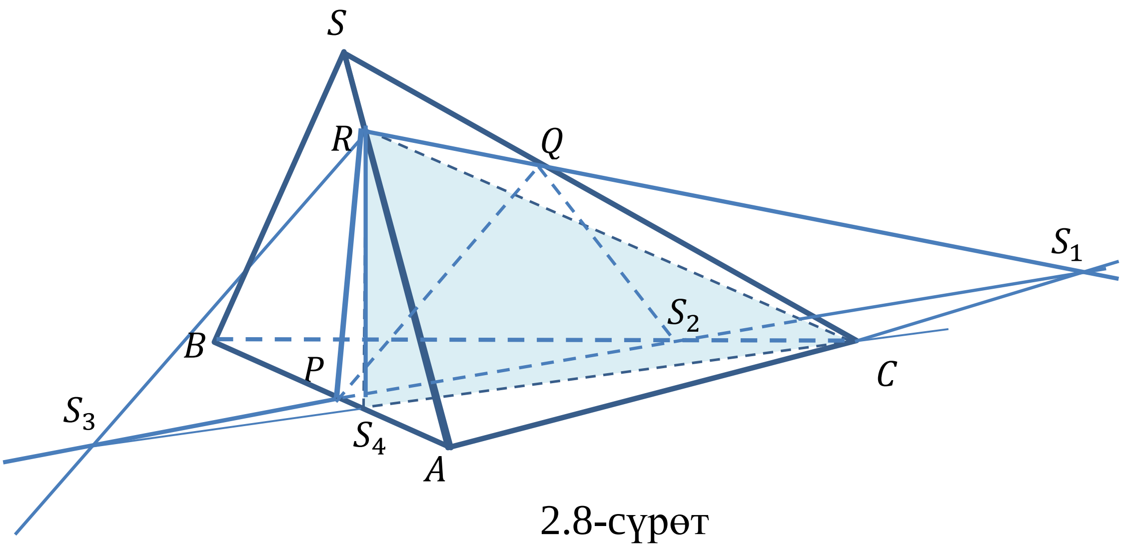
б) CR түз сызыгы аркылуу өтүп, PQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен пирамиданын кесилишин түзгүлө (2.8-сүрөт).

Чыгаруу. а) SAC тегиздигинде CR түз сызыгына параллель болуп, Q чекити аркылуу өткөн QR түз сызыгын жүргүзөлү. Мындан кийин пирамиданын PQV тегиздиги менен кесилишин түзөбүз. Бул тегиздиктин изи болуп S_1P эсептелинет. PQV тегиздиги PQ түз сызыгы аркылуу өтүп, CR түз сызыгына параллель. Ошентип, $PVQS_2$ изделип жаткан кесилиш болот.

б) Пирамиданын PQ түз сызыгы жана R чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишкендеги жардамчы кесилишин түзөлү. Мында S_1P – бул тегиздиктин изи, RQS_2P – кесилиш. Андан кийин бул кесилиштин тегиздигинде R чекити аркылуу өткөн, PQ га параллель болгон RS_3 түз сызыгын жүргүзөбүз. Анда изделип жаткан кесүүчү тегиздик CR жана RS_3 түз сызыктары менен аныкталат. Кесүүчү тегиздиктин изи S_3C түз сызыгы эсептелинет, а.э. CRS_4 изделип жаткан кесилиш болот.



2.7-сүрөт



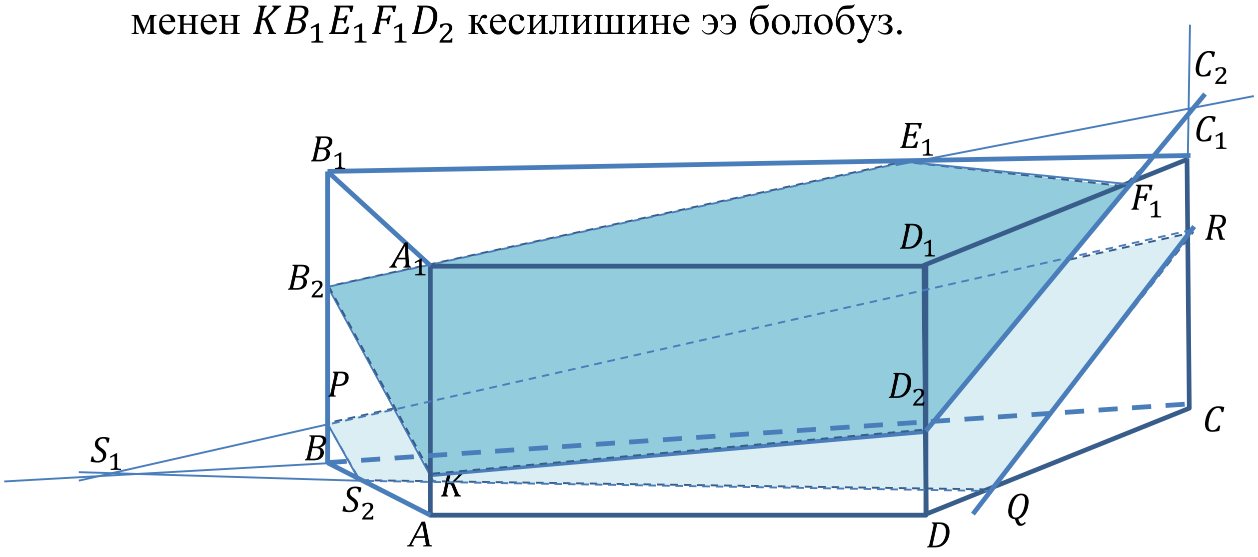
2.8-сүрөт

2.7-мисал. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын AA_1, BB_1, CD жана CC_1 кырларында тиешелүү түрдө K, P, Q жана R чекиттери берилген. K чекити аркылуу өтүп, PQR тегиздигине параллель болгон тегиздик менен призманын кесилишин түзгүлө (2.9-сүрөт).

Чыгаруу. 1) Алгач PS_2QR көп бурчтугун түзөлү. Аны S_1Q изинин жардамында түзүүгө болот.

2) Изделип жаткан кесүүчү тегиздик PQR тегиздигине параллель болгондуктан, призманын грандарынын тегиздиктери изделип жаткан кесүүчү тегиздик менен жана PQR тегиздиги менен өз ара параллель болгон түз сызыктар боюнча кесилишет. AA_1B тегиздигинде K чекити аркылуу өтүп, PS_2 түз сызыгына параллель болгон KB_2 түз сызыгын, андан кийин BB_1C_1 тегиздигинде B_2 чекити аркылуу өтүп, PRге параллель болгон B_2C_2 түз сызыгын, анан CC_1D_1 тегиздигинде C_2 чекити аркылуу өтүп, RQга параллель болгон C_2D_2 түз сызыгын, акырында D_2K түз сызыгын жүргүзөбүз.

3) Түзүү учурунда пайда болгон E_1 жана F_1 чекиттерин туташтыруу менен $KB_1E_1F_1D_2$ кесилишине ээ болобуз.



2.9-сүрөт

2.8-мисал. $ABCA_1B_1C_1$ туура призманын бийиктиги негизинин жагына барабар. *D* жана *E* чекиттери тиешелүү түрдө *BB₁* жана *A₁C₁* кырларынын орто чекиттери болсун. *C, D* жана *E* чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен призманын кесилишин түзгүлө жана кесилиштин аянтын тапкыла. мында негиздин жагы a га барабар (2.10-сүрөт).

Чыгаруу. Призманын *CDE* тегиздиги менен кесилишин түзөлү.

1) *CE* түз сызыгы менен AA_1 түз сызыгынын кесилиши болгон *N* чекитин табабыз;

2) *ND* менен A_1B_1 түз сызыктарынын кесилишин *K* чекитин табабыз;

3) *K* менен *E*ни, *D* менен *C*ны туташтыруу менен издеп жаткан *CDKE* кесилишин түзөбүз.

4) *CDKE* кесилишинин аянтын табалы. Ал үчүн

$$S_{\text{кес}} = \frac{S_{\text{пр}}}{cos\varphi}$$

формуласын пайдаланабыз. Мында $\varphi - CDE$ жана $A_1B_1C_1$ тегиздиктеринин арасындагы бурч. $cos\varphi$ ни табалы. KE түз сызыгы – *CDE* жана $A_1B_1C_1$ тегиздиктеринин кесилиши, б.а ал кесүүчү тегиздиктин $A_1B_1C_1$ тегиздигиндеги изи. KE ге перпендикуляр болгон A_1H түз сызыгын жүргүзөлү. NA_1 түз сызыгы $A_1B_1C_1$ тегиздигине перпендикуляр болгондуктан, A_1H түз сызыгы NH жантыгынын проекциясы болот жана NH түз сызыгынын *KE*ге перпендикуляр болушу келип чыгат. Ошентип, NHA_1 бурчу *KE* түз сызыгынын эки перпендикулярынын арасындагы бурч болот. Ал бурчу тар бурч болгондуктан (жантык менен анын проекциясынын арасындагы бурч тар бурч), NHA_1 бурчу *CDE* менен $A_1B_1C_1$ тегиздиктеринин арасындагы бурч болот, б.а. $\angle NHA_1 = \psi$.

5) NA_1E жана NAC үч бурчтуктарынын окшоштугунан $NA_1 = a$, ал эми DB_1K жана NA_1K үч бурчтуктарынын окшоштугунан $A_1K = \frac{2}{3}a$ экендигине ээ болобуз.

Анда A_1KE үч бурчтугунда

$$KE^2 = A_1K^2 + A_1E^2 - 2A_1K \cdot A_1E \cdot cos60^o$$

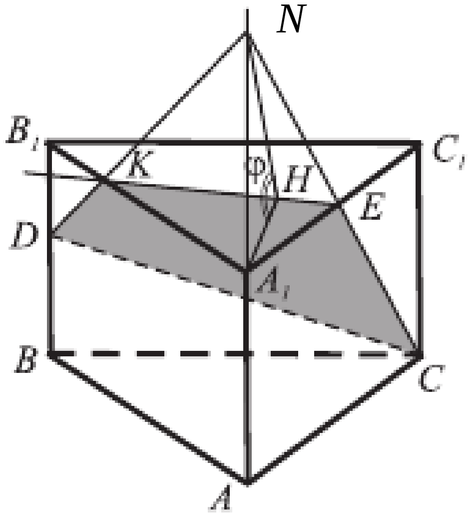
болот. Мындан $KE = \frac{a\sqrt{13}}{6}$ келип чыгат.

A_1KE үч бурчтугунун аянтын эки түрдө табалы:

$$\frac{1}{2}A_1H \cdot KE = \frac{1}{2}A_1K \cdot A_1E \cdot sin60^o.$$

Мындан $A_1H = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$ болушу келип чыгат.

NA_1H тик бурчтуу үч бурчтугунан $tg\varphi = \frac{NA_1}{A_1H} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$ болот.



2.10-сүрөт

$1 + tg^2\varphi = \frac{1}{cos^2\varphi}$ болгондуктан, $cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ээ болобуз.

5) C_1B_1KE төрт бурчтугу $CDKE$ кесилишинин $A_1B_1C_1$ тегиздигиндеги проекциясы экендиги белгилүү, ошондуктан $S_{\text{пр}} = S_{C_1B_1KE} = S_{A_1B_1C_1} - S_{A_1KE}$. $S_{A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. $S_{A_1KE} = \frac{1}{2}A_1K \cdot A_1E \cdot sin60^o = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Ошентип, $S_{\text{пр}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Акырында $S_{\text{кес}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6} : \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2}{3}$ ээ болобуз.

Көнүгүүлөр

Призманын тегиздик менен кесилиши

А деңгээли

1. $ABCA_1B_1C_1$ призмасынын P, Q жана R чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин жүргүзгүлө:

а) P чекити BB_1 кырында, Q – AC кырында, R – CC_1 кырынын уландысында жатат, мында C_1 чекити C жана R чекиттеринин арасында жатат;

б) P чекити AA_1BB_1 гранында, Q – AC кырында, R – BB_1CC_1 гранында жатат;

в) P чекити A_1B_1 кырында, Q – DC_1 кесиндисинде, мында D чекити AB кырында жатат, ал эми R – BC кырынын уландысында, мында C – B жана R чекиттеринин арасында жатат.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипединин K , L жана N чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө. Мында K – $A_1B_1C_1$ гранында, L – AB_1C_1 гранында жана N – AA_1B гранында жаткан чекиттер.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын P, Q жана R чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин жүргүзгүлө:

а) P чекити A_1B_1 кырында, Q – $ABCD$ гранында, R – DD_1 кырында жатат;

б) P чекити AA_1B_1B гранында, Q – AA_1D_1D гранында, R – CC_1D_1D гранында жатат;

в) P чекити AC_1 диагоналында, $Q - B_1D$ диагоналында, $R - C_1D_1$ кырында жатат.

4. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ алты бурчтуу призманын P, Q жана R чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө:

а) P чекити DD_1 кырында, $Q - AB$ кырында, $R - AF$ кырында жатат;

б) P чекити BB_1C_1C гранында, $Q - E_1F_1$ кырында, $R - AF$ кырында жатат;

в) P чекити BD_1 диагоналында, $Q - AE$ диагоналында, $R - DC$ кырында жатат.

5. $ABCA_1B_1C_1$призмасынынA Q түз сызыгы, мында Q чекити CC_1 кырында жатат, P чекити аркылууөткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

а) P чекити AS гранында жатат;

б) P чекити C_1K түз сызыгында жатат, мында K чекити A_1B_1 кырындагы жана C_1P чекиттеринин арасында жатат;

в) P чекити C_1N кесиндисинде жатат, мында N чекити AB кырындагы чекит.

6. $ABCA_1B_1C_1$ призмасынын AQ түз сызыгы, мында $Q - B_1C_1$ кырында жаткан чекит жана P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

а) P чекити KL кесиндисинде жатат, мында K чекити A_1B_1 кырындагы чекит, L чекити AC кырында жатат;

б) P чекити CN түз сызыгында жатат, мында N чекити AA_1BB_1 гранындагы чекит жана ал C жана P чекиттеринин арасында жатат;

в) P чекити AS түз сызыгында жатат, мында S чекити B_1C_1 кырынын чекити жана ал B_1 жана C_1 чекиттеринин арасында жатат.

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын DQ түз сызыгы жана P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө, мында Q чекити CC_1 кырында жатат жана P чекити төмөндөгүдөй берилет:

а) P чекити AA_1BB_1 гранында жатат;

б) P чекити A_1B_1 кырынын уландысында жатат, мында A_1B_1 жана P чекиттеринин арасындагы чекит;

в) P чекити AC_1 диагоналында жатат.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын CC_1 гранынан P чекити алынган. DP түз сызыгына параллель болуп,

а) A чекити;

б) AA_1 кырынан алынган K чекити;

в) AA_1DD_1 гранында жаткан L чекити аркылуу өткөн түз сызыктарды түзгүлө.

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призмасынын BB_1CC_1 гранында P чекити берилген. AP түз сызыгына параллель болуп,

а) AD кырында жаткан K чекити;

б) AB кырында жатканL чекити;

в) BB_1 кырында жаткан S чекити аркылуу өткөн түз сызыктарды түзгүлө.

10. $ABC \dots D_1E_1$ беш бурчтуу призманын BB_1 жана DD_1 кырларынан тиешелүү түрдө P жана Q чекиттери алынган. PQ түз сызыгына параллель болуп,

а) E чекити;

б) AA_1 кырынан алынган K чекити;

в) AA_1BB_1 гранындагы L чекити аркылуу өткөн түз сызыкты түзгүлө.

Б деңгээли

11. $ABCA_1B_1C_1$ призмасынын BB_1 жана CC_1 кырларында тиешелүү түрдө P жана Q чекиттери берилген. Призманын

а) BQ түз сызыгы аркылуу өтүп, AP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

б) C_1P түз сызыгы аркылуу өтүп, AQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

в) AQ түз сызыгы аркылуу өтүп, CP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

г) CP түз сызыгы аркылуу өтүп, AQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

12. $ABCA_1B_1C_1$ призмасынын BB_1 кырында P чекити, ABC гранында Q чекити берилген. Призманын

а) C_1Q түз сызыгы аркылуу өтүп, AP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана AP түз сызыгы аркылуу өтүп, C_1Q түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

б) CP түз сызыгы аркылуу өтүп, C_1Q түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана C_1Q түз сызыгы аркылуу өтүп, CP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

в) CP түз сызыгы аркылуу өтүп, B_1Q түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана B_1Q түз сызыгы аркылуу өтүп, CP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

13.$ABCA_1B_1C_1$ призмасынын $ABCD$ гранында P чекити берилген. Призманын

а) D_1P түз сызыгы аркылуу өтүп, B_1D түз сызыгына параллель болгонтегиздик менен жана B_1D түз сызыгы аркылуу өтүп, D_1P түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

б) A_1P түз сызыгы аркылуу өтүп, DB_1 түз сызыгына параллель болгонтегиздик менен жана DB_1 түз сызыгы аркылуу өтүп, A_1P түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен;

в) B_1P түз сызыгы аркылуу өтүп, A_1C түз сызыгына параллель болгонтегиздик менен жана A_1C түз сызыгы аркылуу өтүп, B_1P түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

14.$ABCA_1B_1C_1$ призманын AC_1BC жана CC_1 кырында тиешелүү түрдө Q_1R жана S чекиттери берилген. Призманын QRS тегиздигине параллель болуп,

а) CC_1 б) BB_1 в) A_1B_1 кырларында жаткан P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

Пирамиданын тегиздик менен кесилиши

А деңгээли

1. $ABCD$ тетраэдринин AB, BD жана AC кырларында тиешелүү түрдө P, Q жана R чекиттери алынган. Тетраэдрдин PQR тегиздиги менен кесилишин түзгүлө.

2. $ABCD$ тетраэдринин P жана Q чекиттери ABC гранында, $R -$ ACD гранында жатат. Тэтраэдрдин PQR тегиздиги менен кесилишин түзгүлө.

3. $SABCD$ пирамидасынын P, Q жана R чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө:

а) P чекити SB кырында, $Q - AD$ кырында, $R - SCD$ гранында жатат;

б) P чекити SAB гранында, $R - SCD$ гранында, $Q - SAD$ гранында жатат;

в) P чекити SN кесиндисинде, мында N чекити $ABCD$ гранында, $Q - SBC$ гранында, $R - CD$ кырында жатат.

4. $SABC$ пирамидасынын P, Q жана R чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

а) P чекити SB кырында, $Q - AC$ кырында, $R - ABC$ гранында жатат;

б) P чекити SB кырынын уландысында жатат, мында $B - S$ жана P чекиттеринин арасындагы чекит, $Q - AC$ кырында, $R - SBC$ гранында жатат;

в) P чекити SN кесиндисинде, мында N чекити ABC гранындагы чекит, $Q - SB$ кырында, $R - ABC$ гранында жатат.

5. $SABC$ пирамидасынын RQ түз сызыгы жана P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө, мында R чекити AB кырында, $Q - SC$ кырында жатат, ал эми P чекити төмөндөгү шарттарга баш ийиет:

а) $P - BK$ түз сызыгында жатат, мында K чекити SA кырында жана B, P чекиттеринин арасында жатат;

б) $P - CL$ кесиндисинде жатат, мында $L - ABC$ гранындагы чекит;

в) $P-BN$ түз сызыгында жатат, мында $N-SAC$ гранындагы жана B менен P чекиттеринин арасындагы чекит.

6. $SABC$ пирамидасынын AQ түз сызыгы жана Q чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө, мында $Q-SC$ кырында жатат, ал эми P төмөнкү шарттарга баш ийет:

а) P чекити BK түз сызыгында жатат, мында K чекити SA кырындагы чекит жана B менен P чекиттеринин арасында жатат;

б) P чекити SL кесиндисинде жатат, мында $L-ABC$ гранындагы чекит;

в) P чекити CN түз сызыгында жатат, мында $N-SAB$ гранындагы жана C менен P чекиттеринин арасындагы чекит.

7. $SABCD$ пирамидасынын QR түз сызыгы жана P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө. Мында Q чекити SB кырында, $R-AD$ кырында жатат. Ал эми P чекити төмөндөгү шарттарга баш ийиет:

а) P чекити SCD гранында жатат;

б) P чекити AK түз сызыгында жатат, мында $K-SBC$ гранынындагы жана A менен P чекиттеринин арасындагы чекит;

в) P чекити SL кесиндисинде жатат, мында $L-ABCD$ гранынында жатат.

8. $SABCD$ пирамидасынын DQ түз сызыгы жана P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө, мында Q чекити SC кырында жатат. Ал эми P чекити

а) SAB гранында жатат;

б) CK түз сызыгында жатат, мында $K-SAB$ гранындагы жана C менен P чекиттеринин арасындагы чекит;

в) SL кесиндисинде жатат, мында $L - ABCD$ гранында жатат.

Б деңгээли

9. $SABCD$ пирамидасынын SA жана SD кырларында тиешелүү түрдө S жана Q чекиттери берилген. PQ түз сызыгына параллель болуп,

а) D чекити;

б) SC кырынан алынган K чекити;

в) SAD гранынан алынган L чекити аркылуу өткөн түз сызыктарды түзгүлө.

10. $SABC$ пирамидасынын AC, SC жана AB кырларынан P, Q жана R чекиттери берилген пирамиданын төмөнкү тегиздиктер менен кесилишин түзгүлө:

а) SB түз сызыгы аркылуу өтүп, PQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана PQ аркылуу өтүп, SB түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

б) BQ түз сызыгы аркылуу өтүп, CR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана CR аркылуу өтүп, BQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

в) QR түз сызыгы аркылуу өтүп, SP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана SP аркылуу өтүп, QR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

11. $SABC$ пирамидасынын SC жана SA кырларынан тиешелүү түрдө P жана Q чекиттери, ABC гранынан R чекити алынган. Пирамиданын а) CQ түз сызыгы аркылуу өтүп, SR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана SR аркылуу өтүп, CQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

б) BP түз сызыгы аркылуу өтүп, CQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана CQ аркылуу өтүп, BP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

в) PQ түз сызыгы аркылуу өтүп, SR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана SR аркылуу өтүп, PQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

12. $SABCD$ пирамидасынын SB жана SD кырларынан тиешелеш түрдө P жана Q чекиттери, $ABCD$ гранынан R чекити алынган. Пирамиданын

а) AC түз сызыгы аркылуу өтүп, DP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана DP аркылуу өтүп, AC түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

б) DP түз сызыгы аркылуу өтүп, BQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана BQ аркылуу өтүп, DP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

в) PR түз сызыгы аркылуу өтүп, BQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана BQ аркылуу өтүп, PR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

13. $SABCD$ пирамидасынын SC жана SB кырларынан тиешелеш түрдө P жана Q чекиттери, $ABCD$ гранынан R чекити алынган. Пирамиданын а) DQ түз сызыгы аркылуу өтүп, PR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана PR аркылуу өтүп, DQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

б) DP түз сызыгы аркылуу өтүп, QR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана QR аркылуу өтүп, DP түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө;

в) DR түз сызыгы аркылуу өтүп, PQ түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен жана PQ аркылуу өтүп, DR түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө.

14. $SABCD$ пирамидасынын CD , BC жана SC кырларынан тиешелүү түрдө $Q,\ R$ жана T чекиттери алынган. Пирамиданын QRT тегиздигине параллель болуп, P чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө. Мында P чекити

а) AD кырында; б) SA кырында; в) SAB гранында жатат.

15. $SABC$ пирамидасынын SA жана SC кырларынан тиешелеш түрдө P жана Q чекиттери алынган. Пирамиданын BD жана AQ түз сызыктарына параллель болуп,

а) SA кырында жаткан K чекити;

б) SB кырында жаткан L чекити;

в) BC кырында жаткан M чекити

аркылуу өткөн тегиздиктер менен кесилишин түзгүлө.

Катыштарды жана аянттарды табууга карата маселелер

А деңгээли

1. $ABCA_1B_1\,C_1$ призмасында P жана Q чекиттери тиешелүү түрдө B_1C_1 жана AB кырларынын орто чекиттери. T чекити A_1B_1 кырында жатат жана $A_1T:TB_1 = 1:3$ шартына баш ийет. Призманын CQT тегиздиги менен кесилишин түзгүлө жана бул кесилиш AP кесиндисин кандай катышта бөлөөрнүн аныктагыла.

2. $SABCD$ призмасынын негизги $ABCD$ параллелограммы. L чекити SD кырын $2:1$ катышында бөлөт (S чекитинен баштап караганда), б.а. $SL:LD = 2:1$, ал эми $K - SB$ кырынын орто чекити. Пирамиданын AKL тегиздиги менен кесилишин түзгүлө жана кесилиш SC кырын кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

3. $ABCD$ тетраэдринде O чекити ABC гранынын медианаларынын кесилиши, ал эми $K - AD$ кырынын орто чекити. Тетраэдрдин K, C чекиттери аркылуу өтүп, DO түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин түзгүлө жан бул кесилиш AB кырын кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

4. $ABCA_1B_1C_1$ призмасынын A_1B_1, AB жана CC_1 кырларынан K, N жана P чекиттери алынган. Мында $A_1K:KB_1 = BN:NA = C_1P:PC = 1:2$. Призманын KNP тегиздиги менен кесилишин түзгүлө жана $C_1Q:B_1C_1$ катышын тапкыла. Мында $Q - KNP$ тегиздиги менен B_1C_1 түз сызыгынын кесилиши.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипединде P жана Q чекиттери тиешелүү түрдө AB жана B_1C_1 кырларынын орто чекитттери, S чекити AD кырында жатат, мында $AS:SD = 3:1$. параллелепипеддин PQS тегиздиги менен кесилишин түзгүлө жана кесилиш BB_1 кырын кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

6. $SABCD$ туура төрт бурчтуу пирамиданын AB жана AD кырларынын орто чекиттери аркылуу өткөн жана SA кырына параллель болгон тегиздик жүргүзүлгөн. Эгерде $AB = a,\ SA = d$ болсо, анда бул кесилиштин аянтын тапкыла.

7. $ABCD$ тетраэдринин $BC,\ BD$ жана AD кырларында тиешелүү түрдө K, N жана P чекиттери жатат. Бул чекиттер аркылуу өткөн тегиздик менен тетраэдрдин кесилишин түзгүлө, мында $KC = 2KB$, $DN = 2NB$ жана $DP = 2AP$. Бул кесилиш ADC үч бурчтугун кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры a га барабар. Кубдун AB_1 диагоналын кармаган, DD_1 кырынын орто чекити аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин түзгүлө жана кесилиштин аянтын тапкыла.

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры a га барабар. P , Q жана S чекиттери D_1 чокусунан чыккан грандардын борборлору болуп саналат. Кубдун PQS тегиздиги менен кесилишин жүргүзгүлө жана кесилиштин аянтын тапкыла.

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры a га барабар. Кубдун AB, AA_1, A_1D_1 кырларынын орто чекиттери аркылуу өткөн тегиздик менен кесилишин жүргүзгүлө жана кесилиштин аянтын тапкыла.

11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллепипединин AA_1 жана AB кырларынан тиешелүү түрдө P жана Q чекеиттери алынган, мында $AP = 3PA_1$, жана $AQ = QB$. C_1PQ тегиздигинин BC кырын кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллепипединин AD жана BB_1 кырларынын орто чекиттери тиешелүү түрдө P жана Q, ал эми $S - A_1B_1C_1D_1$ гранынын борбору болсун. SPQ тегиздигинин AB кырын кандай катышта бөлөөрүн тапкыла.

13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллепипединде $AD = 4$, $DC = 8$, $CC_1 = 6$. DC кырынын орто чекити аркылуу өтүп, AB_1C_1 тегиздигине параллель болгон тегиздик менен параллелепипеддин кесилишин түзгүлө жана анын периметрин тапкыла.

Б деңгээли

14. $ABCD$ тетраэдринин кырлары a га барабар. K чекити DB кырынын орто чекити, N чекити BC кырында жатат, мында $BN{:}NC = 2{:}1$. Тетраэдрдин K жана N чекиттери аркылуу өтүп, AB түз сызыгына параллель болгон тегиздик менен кесилишин тапкыла.

15. O чекити $SABCD$ туура төрт бурчтуу пирамиданын негизинин борбору. Эгерде пирамиданын A, C чекиттери аркылуу өтүп, SB кырына параллель болгон тегиздик менен кесилишинин аянты q болсо, анда пирамиданын AB, BC жана SO кесиндилеринин орто чекиттери аркылуу тегиздик менен кесилишин тапкыла.

16. Туура төрт бурчтуу пирамиданын эки жандаш каптал кырларынын орто чекиттери аркылуу өткөн жана бийиктигине паралелль болгон тегиздик жүргүзүлгөн.. Эгерде пирамиданын каптал кыры 18ге, негизинин диагоналы $16\sqrt{2}$ барабар болсо, анда пирамиданын бул тегиздик менен кесилишинин аянтын тапкыла.

17. O чекити кыры a га барабар болгон $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун $A_1B_1C_1D_1$ гранынын борбору, ал эми K – AD кырынын орто чекити. K чекити аркылуу өтүп, AO жана C_1D түз сызыктарына параллель болгон тегиздик менен кубдун кесилишини түзгүлө жана кесилиштин аянтын тапкыла.

18. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун AB_1 жана BC_1 диагоналдарынан тиешелүү түрдө P жана Q чекиттери алынган. Мында PQ түз сызыгы $ABCD$ тегиздигине параллель. Эгерде $PQ:AB = \sqrt{5}/3$ болсо, анда $AP:AB_1$ катышын тапкыла.

19. P жана Q чекиттери $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллепипединин AD жана BB_1 кырларынын орто чекиттери жана $PQ = a$. Ал эми S чекити $A_1B_1C_1D_1$ гранынын борбору. S чекити аркылуу өтүп, PQ түз сызыгына параллель болгон түз сызык AA_1D_1D гранын K чекитинде кесип өтөт. SK кесиндисинин узундугун тапкыла.

20. O жана O_1 – $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун тиешелүү түрдө $ABCD$ жана $A_1B_1C_1D_1$ грандарынын борборлору. OO_1 кесиндисинен $O_1S:OS = 1:3$ боло тургандай S чекити алынган. Бул чекит аркылуу өтүп, AC_1 жана BD диагоналдарына параллель болгон тегиздик менен кубдун кесилишин түзгүлө. Эгерде кубдун кыры a болсо,анда бул кесилиштин аянтын тапкыла.

3-глава. Геометриялык фигураларды MS Office пакетинин графикалык редакторунда сызуу жана анимация берүү

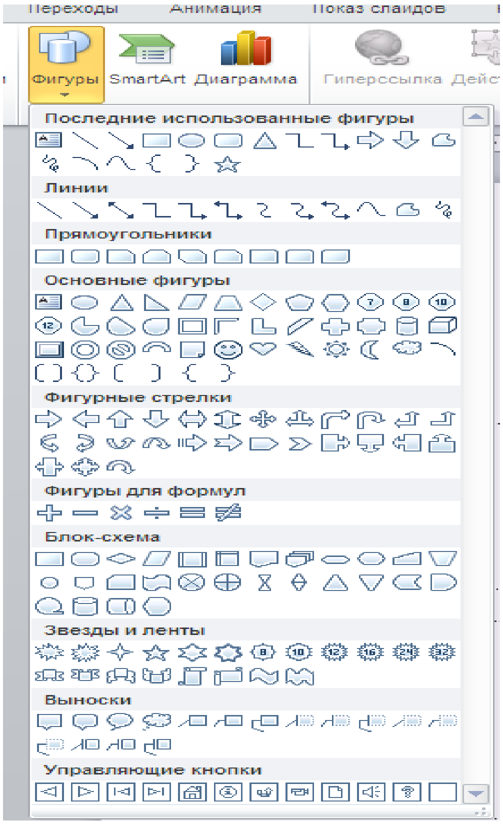
Microsoff Office пакетинин ичине кирген PowerPoint программасынын мүмкүнчүлүктөрү өтө көп. PowerPoint программасынын жалпы түшүнүктөрү менен информатика сабагында таанышканбыз. Ошондуктан мында геометриялык фигуралардын сүрөттөлүштөрүн берүүчү, анимацияны түзүүчү командаларга жана операцияларга кененирээк токтолуп кетебиз (көрсөтмө PowerPoint 2010 программасынын интерфейси үчүн берилди). Мында MS Office PowerPoint 2010 программасынын графикалык редактору менен MSOffice Word 2010 программасынын графикалык редакторунун ортосунда айырмачылык деле жок. Ошондуктан төмөндөгү көрсөтмөлөр ушул эки программа үчүн бирдей эле аткарылат.

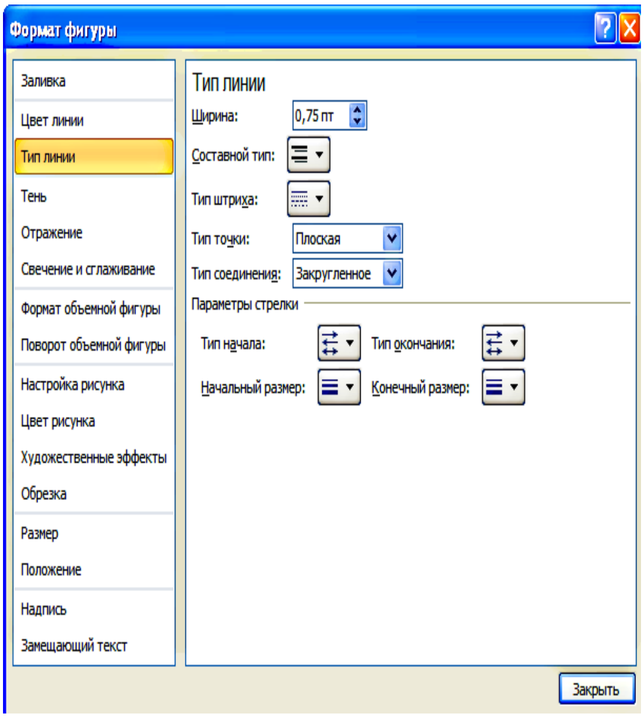
§3.1. Геометриялык фигураларды PowerPoint программасында сызуу

Геометриялык фигураларды сызуу үчүн PowerPoint программасын ачабыз, жогору жактагы менюлар жолчосунан **«Вставка»** менюсуна киребиз. Анын ичиндеги **«Фигуры»** командасын ачабыз. Натыйжада фигуралар менен берилген панель пайда болот (3.1-сүрөт). Мында бат жетүүчү панелге (панель быстрого доступа) “  **Фигуры”** командасын коюп коюуга болот. Ал үчүн ушул кнопкага чычканчаны алып келип коюп, оң клавишасын басабыз. (Менюлардагы инструменттер панелиндеги командаларга кирүү үчүн чычканчанын сол клавишасы (ЧСК) менен, ал эми кошумча иш аракет аткарууда оң клавишасы (ЧОК) менен иштейбиз).

Ийри сызыктарды сызуу. Түз сызыкты сызуу үчүн 3.1-сүрөттөгү **«Линии»** категориясынан « \ » белгини тандайбыз. Курсорду жумушчу дептерге алып келип, каалаган узундуктагы түз сызыкты сызып алабыз. Түз сызыктын жоондугун, түсүн өзгөртүү үчүн курсорду сызылып алынган түз сызыкка коюп, ЧОКту (чычканчанын оң клавишасын) басуу менен **«Формат фигуры»**, андан кийин **«Тип линии», «Цвет линии»** командаларына киребиз. Ушул эле жерде **«Тип начала», «Тип окончания»** командаларынын жардамында кесиндини, шооланы, векторду түзүп алууга болот (3.2-сүрөт).

Ушул эле иш аракеттерди төмөндөгүчө аткарууга да болот: түз сызыкты сызып алып, ага курсорду алып келип коюп, ЧСК бассак, түз сызык белгиленип калат. Башкаруу панелиндеги «**Формат»** менюсуна киребиз. Ушул жерде түз сызыктын түсүн, ичке-жоондогун, тибин өзгөртүүгө болот.



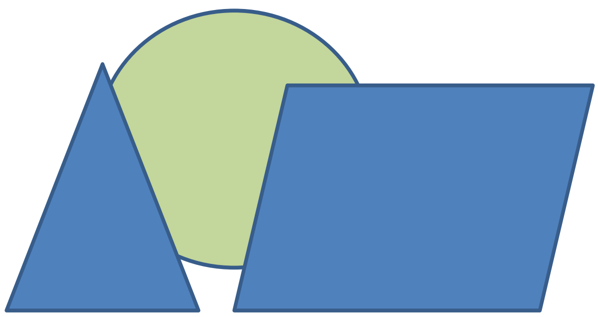


3.1-сүрөт 3.2-сүрөт

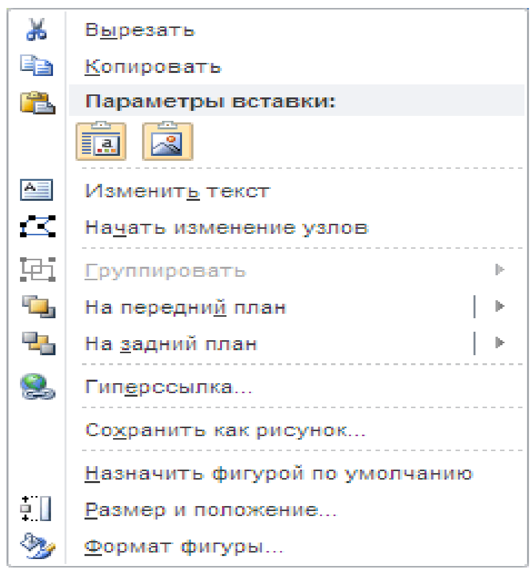
Жылма сызыкты сызуу үчүн « » белгисин басабыз. Анын ийилген жерлерин сызуу үчүн ЧСК бир жолу басабыз, ал эми ЧСК эки жолу басууда сызуу токтотулат. Сынык сызыкты түзүү да дал ушундай жол менен эле жүрөт. Мындай сызуулардан кийин бул сызыктарды ичине кармаган тик бурчтуктун периметри боюнча 8 көк, 1 жашыл маркер пайда болот (3.3-сүрөт). Көк маркерлер сызыкты узунунан же туурасынан кысууга же созууга жардам берет, ал эми жашыл маркердин жардамында сызыкты буруууга болот. Эгерде сызыкты туюктап койсок, анда сызыктын ичи автоматтык түрдө боелуп калат. Мында да түстү каалагандай түскө алмаштырууга болот. 3.2-сүрөттө **«Заливка»** тиркемесинде түстөр менен иштейбиз. Мында **«Нет заливки»** тиркемесин басуу менен түстү алып коебуз, **«Сплошная заливка»** командасындагы **«Цвет»** дегенге кирип, түстү тандайбыз.

3.3-сүрөт

Негизги геометриялык фигураларды сызуу. Негизги геометриялык фигураларды сызуу жогорудагыдай эле ишке ашат. Мында болгону тик бурчтуктун жана ромбдун, үч бурчтуктун жана тик бурчтуу үч бурчтуктун, эллипстин жана жаанын сүрөттөлүшүн **Shift** клавишасын чогуу басуу менен алсак, анда тиешелүү түрдө квадратка, тең жактуу жана тең капталдуу үч бурчтукка, айланага жана айлананын жаасына ээ болобуз. Ушул сыяктуу эле туура беш, алты, сегиз бурчтукту, кубду алууга болот.



3.4-сүрөт



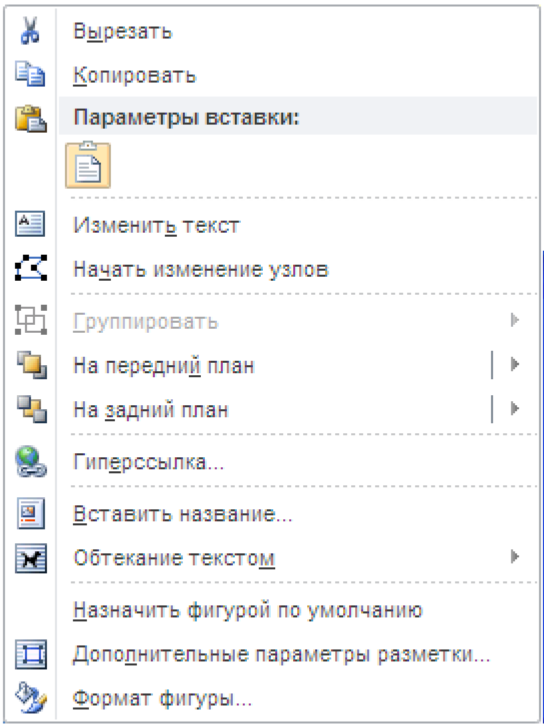
3.5-сүрөт

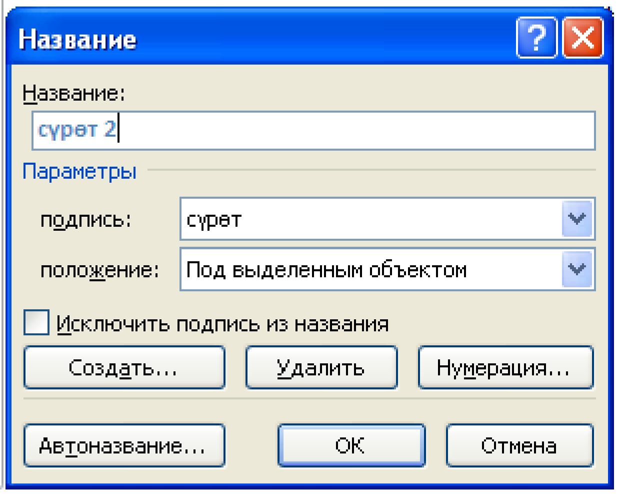
Пландарды жылдыруу. Көп учурда бир нече фигуранын комбинациясынан турган сүрөттөлүштү сызууга туура келет. Мында акыркы сызылган фигура мурда сызылган фигураны жаап калат. 3.4-сүрөттө параллелограмм менен үч бурчтук айлананы жаап калган. Айлананы алдынкы планга чыгаруу үчүн курсорду айланага алып барып ЧСК басып, айлананы белгилеп алабыз, андан соң ЧОК басабыз, натыйжада 3.5-сүрөт пайда болот. Ошол жердеги «**На передний план**» командасын бассак, айлана алдынкы планга өтөт. Ушул эле иш аракетти башкаруу панелинен «**Формат»** менюсуна кирип аткарууга да болот.

Обьектилерди группалаштыруу. Бир нече обьектини бириктирип бир бүтүмдүк катары кароого туура келет. Эгерде өз өзүнчө алынган обьектилер группалаштырылбаган болсо, анда аларды жылдырууда, копиялоодо, өлчөмүн өзгөртүүдө алар бирден гана алынып калат, б.а. бүтүндөй обьектини толук ала албай калабыз. Бул учурда сызылган бардык обьектилерди **Shift** кнопкасын басып туруп, ЧСК менен белгилеп алабыз. Андан кийин ЧОК бассак, 3.5-сүрөт пайда болот. Мындагы **«Группировать»** командасын басып, группалаштырып алабыз. Эгерде мындай обьектиге өзгөртүү киргизгибиз келсе, кайра эле ушул жерде **«Разгруппировка»** командасын басып түзөтүү же кошумча киргизе алабыз. Ушул эле иш аракетти башкаруу панелинен **«Формат»** менюсуна кирип аткарууга да болот.

Жазууларды чиймеге кошуу. Маселелерди чыгарууда чиймелердеги чекиттерди, түз сызыктарды, тегиздикти, бурчту ж.б.у.с. тамгалар менен белгилөөгө туура келет. Мындай текстик элементтерди түзүү үчүн башкаруу панелиндеги **«Вставка»** менюсунун ичинде **«Основные фигуры»** командасынын атайын **«Надпись»** деп аталуучу инструменти пайдаланылат. Мисалы, тик бурчтуктун бир чокусун Р тамгасы менен белгилөөнү карайлы. Ал үчүн кнопкасын басып, курсорду тик бурчтуктун белгилөөчү чокусуна алып барып коюп, ЧСК кичине тартып коебуз, мында тик бучтук пайда болот. Ошол тик бурчтуктун ичине Р тамгасын клавишадан киргизебиз. ЧСК басып, **«Формат фигуры»** (3.5-сүрөт)**,** анын ичиндеги **«Заливка»,** анын ичиндеги «**Нет заливки», «Цвет линии»** жолчосунун ичиндеги **«Нет линии»** командаларын басабыз. Эгерде мындай кылбасак, анда Р чекити сыртындагы тик бурчтугу менен көрүнүп, ал эми ак түс тик бурчтуктун бир чокусун жаап калат. Мындан сырткары тамганы жазып жатканда, анын бизге керек болгон параметрлерин (шрифт, өлчөмү, түсү ж.б.) тандап алганга болот. Бул белгилөө чийме менен чогуу жүрүү үчүн аны чийме менен группалаштырып коюу керек.

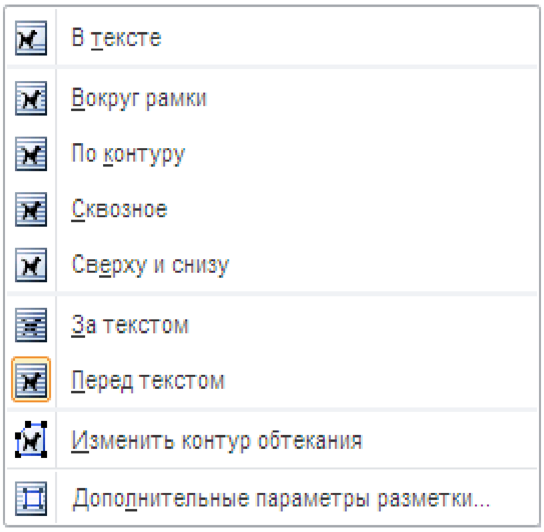
Эгерде чийилген чиймени сүрөт катары номерлөө керек болсо же атын жазууга туура келсе, бул учурда чиймени курсор менен белгилеп, ЧСК басабыз. Мында 3.6-сүрөт пайда болот. Ушул жердеги «**Вставить название»** командасы менен жазууларды киргизүүгө болот. «**Вставить название»** командасынын ичинен 3.7-сүрөттөгү айнекче алынат. Ушул айнекчедеги **«Название»** деген жерге чийменин атын жазууга болот же **«Создать»** командасы менен дайыма кайталануучу сөздү жазып коюуга болот. Бул учурда биз «Сүрөт» деген сөздү кошуп койдук.





3.6-сүрөт 3.7-сүрөт

Чиймени текстке коюу. Көп учурда жазылган текстке башка документтерден алынган даяр сүрөттөрдү же өзүбүз чийген чиймелерди кошууга туура келет. Бул эки учурда тең сүрөттү же чиймени текстке «байлап» коюу керек, болбосо чийме ар жакка «секире» бериши мүмкүн. Чиймени курсор менен белгилеп алабыз, башкаруу панелиндеги **«Формат»** менюсуна кирип,  **«Обтекание текстом»** жолчосунун (3.8-сүрөт) ичинен керектүү команданы тандайбыз. Ушул эле иш аракетти ЧСК чиймеге алып барып басуу менен аткарабыз.

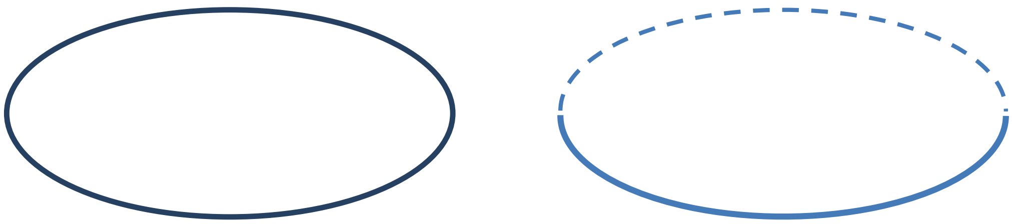


3.8-сүрөт

Көбүнчө геометриялык чиймелерди текстке бириктирүүдө **«Вокруг рамки»**, **«По контуру»** жана **«Сверху и снизу»** командалары тандалат.

Мейкиндик фигураларын түзүү

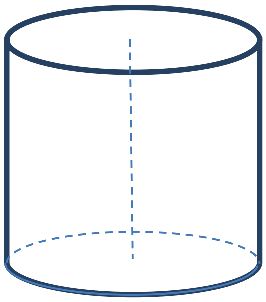
Айлануу телолорун түзүү үчүн 3.9-сүрөттөгү б) эллипсти сызып алууга болот. Бул эллипс алардын негизин сызууда пайдаланылат. **«Вставка»** ⇒ **»Фигуры»** ⇒ **«Основные фигуры»** жолчосунан эллипстин сүрөттөлүшүн алсак, анда 3.9-сүрөттөгү а) жылма эллипсин алабыз (жогору жагында үзүк сызыкты ала албай калабыз). 3.9-сүрөттөгү б) эллипсти сызып алуу үчүн эки жааны түзүп алып, жогоркусун үзүк сызык менен алабыз (**«Тип линии»** жолчосунда үзүк сызыкты тандоо менен), андан кийин бул экөөнү группалаштырып коебуз.



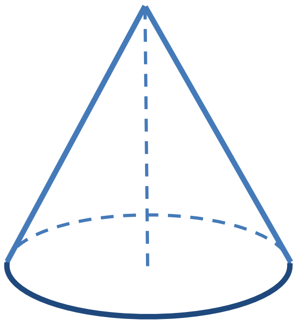
а) б)

3.9-сүрөт

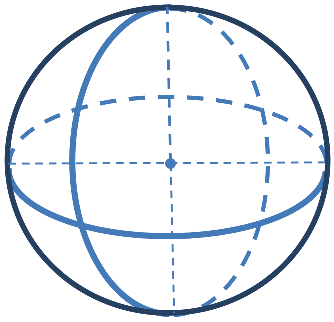
Цилиндрди сызуу үчүн **«Вставка»** ⇒ **»Фигуры»** ⇒ **«Основные фигуры»** жолчосунан цилиндрдин сүрөттөлүшүн басабыз. Жогоруда сызылган эллипсти бул цилиндрдин жогорку негизине тууралап алабыз да, төмөнкү негизге алып келип койсок, цилиндрдин көрүнбөгөн жагы сызылып калат. Цилиндрди, эллипсти, үзүк сызык менен сызылган түз сызыкты (бийиктигин) группалаштырып коебуз. Дал эле ушул сыяктуу **конусту, шарды** сызып алууга болот (3.10-сүрөт, 3.11-сүрөт, 3.12-сүрөт)



3.10-сүрөт

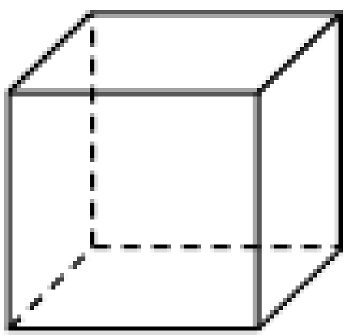


3.11-сүрөт

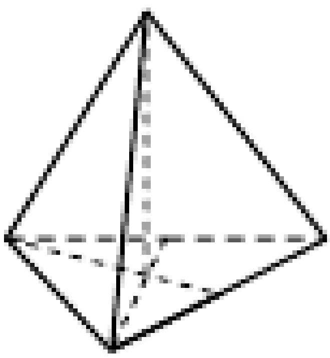


3.12-сүрөт

Көп грандыктарды түзүү. Параллелепипедди, кубду түзүү үчүн фигуралардын сүрөттөлүштөрү берилген китепканадан параллелепипеддин сүрөттөлүшүн жардамчы элемент катары алып, ага фигуранын көрүнбөгөн кырларын үзүк сызык менен толуктайбыз. Ал эми башка көп грандыктарды кесиндилердин жардамында түзүп алабыз. Ушундайча түзүлгөн айлануу телолорунун, көп грандыктардын сүрөттөлүштөрүн сактап коебузда, маселелерди иштөөдө пайдалана беребиз (3.13-сүрөт, 3.14-сүрөт).



3.13-сүрөт



3.14-сүрөт

Мисал. Алты бурчтуу призманын сүрөттөлүшүн көрсөткүлө.

Түзүү. 1) **«Основные фигуры»** жолчосунан параллелограммды алып алабыз. Бул жардамчы параллелограмм болот. (3.15-сүрөт, 1-кадам);

2) **Ctrl** клавишасын басуу менен түзүлгөн параллелограммды көчүрүп алабыз да, экинчи жардамчы параллелограммды түзүп алабыз. (2-кадам);

3) Алты бурчтуктун чиймеде көрсөтүлгөн үч жагын түзүп алабыз. ЧОКту басып, **«Формат фигуры»** ⇒ **«Тип лини**и» ⇒ **«Ширина» – 2 пт** тандайбыз**.** (3-кадам);

4) Алты бурчтуктун түзүлгөн жактарын параллель көчүрүү менен карама-каршы жактарын түзөбүз, жардамчы параллелограммдарды алып таштайбыз. Эгерде талап кылынган болсо, диагоналдарын түзүп коебуз (4-кадам);

5) Туруктуу кесиндилерди группалаштырабыз.

Түзүлгөн алты бурчтукту бир бүтүн обьект катары буруууга, жылдырууга болот.

6) Бул түзүлгөн алты бурчтукту призманын жогорку негизи деп эсептеп, төмөнкү негизди түзүү үчүн аны копиялап алабыз (5-кадам);

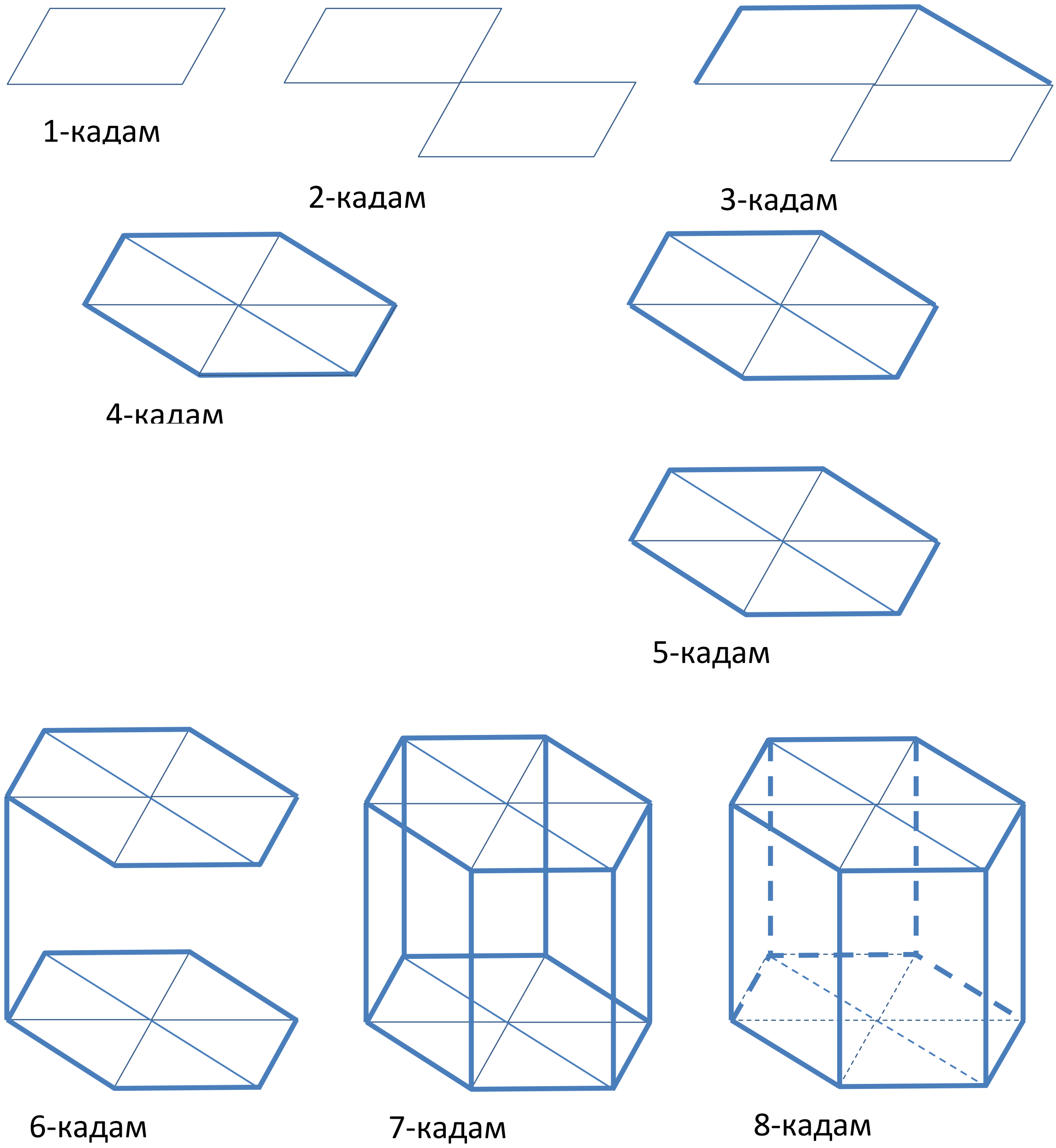
7) Призманын бир каптал кырын түзүп алабыз (6-кадам);

8) Түзүлгөн кырды копиялоо менен призманын калагн каптал кырлары түзүлөт (7-кадам);

9) Төмөнкү негизди түзүүчү алты бурчтукту группалоодон чыгарабыз;

10) **Shift** клавишасын басуу менен призманын көрүнбөгөн кырларын белгилеп алабыз. Диалогдук айнекченини **«Контур фигуры»** менюсунан **«Штрихи»** командасын тандап, сызыктын тибин үзүк сызыкка алмаштырабыз (8-кадам);

11) Түзүлгөн сүрөттөлүштү группалайбыз. Ага чейин маселенин шартына жараша өзгөртүүлөрдү же кошумчаларды киргизип алууга да болот.



3.15-сүрөт

Туура призмалардын жана пирамидалардын сүрөттөлүштөрүн түзүү үчүн фигуралардын сүрөттөлүштөрүнүн өздүк китепканасын түзүп алуу сунушталат. Мындай китепкананы өзүнчө папкада түзүп алуу ыңгайлуу болот.

§3.2. Геометриялык обьектилерге PowerPoint программасында анимация берүү

PowerPointте картиналарга, тексттерге, фигураларга анимация берүүгө болот. Анимацияларды окутуунун көрсөтмөлүүлүк принцибин ишке ашыруучу каражат катары кароого болот.

PowerPoint те анимациянын төрт тиби бар:

Кирүү (Вход). Анимациянын бул тиби обьектинин слайдга кандай чыгышын башкарат. Мисалы, **«Выскакивание» командасын** бассак, обьект слайдга түшөт да, бир нече жолу секирет.

Бөлүп көрсөтүү. (Выделение). Бул анимация обьект слайдда турган учурда болот. Мисалы, **«Вращение»** командасын бассак, слайддагы обьект айланат.

Чыгуу (Выход). Анимациянын бул тиби обьектинин слайддан чыгып кетүүсүн башкарат. Мисалы, **«Выцветание»** командасын бассак, обьект жөн эле жок болуп кетет.

Жылдыруу жолдору (Пути перемещения). Анимациянын бул тиби слайддагы обьектини тигил же бул жакка жылдырууну башкарат.

Анимацияны жасоо

Power Pointte обьектилерге анимация берүү үчүн:

1) жумушчу баракка коюлган обьектини белгилеп алабыз;

2) башкаруу панелиндеги «**Анимации»** менюсуна киребиз;

3) **«Добавить анимацию»** деген команданы басабыз.

Мында 3.16-сүрөт экранга чыгат.

4) Анимациянын эффекттерин тандап алабыз. Обьектинин жанында анча чоң эмес сан жазылып калат. Бул деген обьектиге анимация берилди дегенди түшүндүрөт. Ошондой эле экрандын сол жагында **«Слайд»** деген панелде жылдызча символу пайда болуп калат.

Анимациянын эффектилеринин параметрлери

Анимациянын кээ бир эффектилери биз өзгөртө ала тургандай парметрлерге ээ болот. Мисалы, анимациянын **Кирүү** тибинде **«Вылет»** деген команданы тандасак, анда биз обьектинин кайсы жактан (жогорудан, төмөндөн, оңдон, солдон ж.б) ыргып кирүүсүн башкара алабыз (3.17-сүрөт). Мындай параметрлерди «**Параметры эффектов»** командасынан ала алабыз.

Анимацияны алып таштоо (жок кылуу)

Анимацияланган обьектинин жанындагы санды белгилеп алып, **«Delete»** клавишасын басып коебуз.

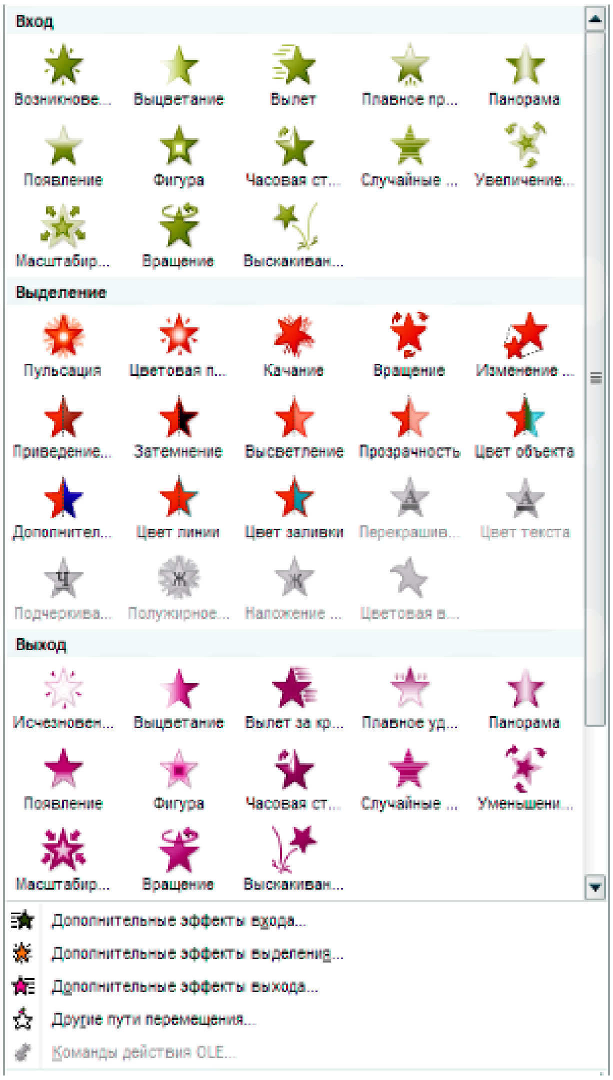
Бир нече анимацияны жасоо

1-обьектиге кандай анимация берилсе, калган башка обьектилерге деле дал ошондойчо түрдө анимация берилет. Обьектилердин жанындагы сан кайсы обьект кайсы обьектиден кийин кыймылга келишин көрсөтүп турат.

Анимациянын тартибин өзгөртүү үчүн

1) Өзгөрткүбүз келген анимациянын эффектинин номерин белгилеп алабыз;

2) **«Анимация»** менюсунан **«Переместить назад»** же **«Переместить вперед»** командасын тандайбыз.



3.16-сүрөт

3.17-сүрөт

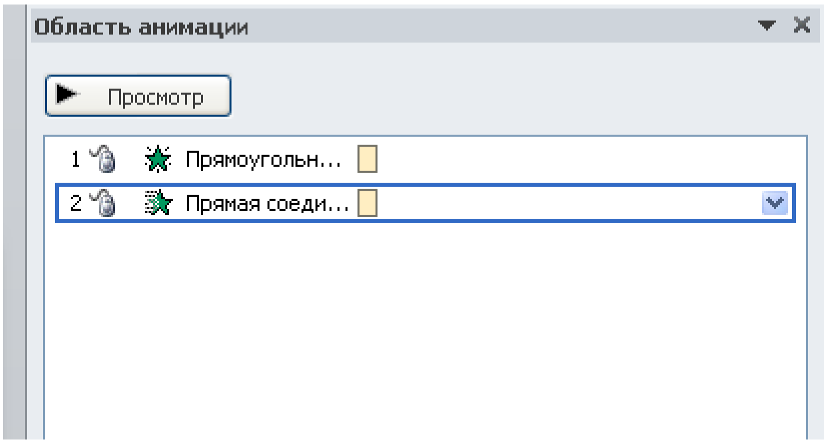
Анимацияны көрүү

Ар бир жасаган анимациябызды учурунда көрүп турууга болот. Ал үчүн башкаруу панелиндеги **«Просмотр слайда»** группасынан **«С текущего слайда»** деген команданы басабыз. Ал эми «С

начала» командасын бардык анимацияны түзүп бүткөндөн кийин пайдалануу оң болот.

Анимациянын областы (Область анимации)

Анимациянын областы слайддагы бардык эффектилерди көрүп жана башкарып турууга мүмкүнчүлүк берет. Эгерде эффектилердин ордун алмаштырууга, же ондоп-түзөөгө, же өзгөртүүгө туура келип калса, анда ушул областыга кайрылууга болот. Ал үчүн *«Анимация»* менюсунан ***«Область анимации»*** командасын ачабыз. Бул жерде бардык эффектилер кандай тартипте көрсөтүлсө, ошондой тартипте көрүнөт. Анимациялардын тартибин өзгөртүү үчүн ***«Область анимации»*** жолчосунан керектүү эффектини жогору же төмөн которуп коебуз. Ал эми анимацияны кайра көрүү үчүн **«Просмотр»** кнопкасын басабыз (3.18-сүрөт).

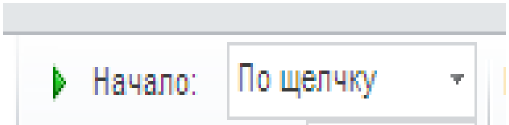


3.18-сүрөт

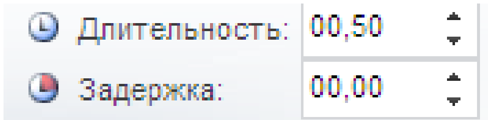
Анимацияны көрүүдө эффектилердин чыгуу параметрин өзгөртүү

Анимацияда эффектилерди биринин артынан экинчисин чычканчаны же клавишаны басуу менен, же бир нече эффектини бир учурда чыгарууга болот, же кийинки эффект мурдагы эффектинин артынан чыга тургандай кылып түзүүгө болот. Ал үчүн башкаруу панелиндеги «**Анимация»** менюсунун ичинде төмөндөгү терезечеге кирип, жогорудагы айтканга тиешелүү түрдө «**По щелчку», «С предыдущим», «После предыдущего»** параметрлеринин керек болгонун тандап алабыз (3.19-сүрөт).

Анимациянын эффектилеринин канча убакта кирүүсүн же чыгып кетүүсүн, слайдда канча убакыт кармалып турушун 3.20-сүрөттөгү терезечелерге кирип, убакытты коюп алууга болот:



3.19-сүрөт



3.20-сүрөт

1-мисал. Слайдда түз сызыкты карандаш сызып жаткандыгын көрсөтүүгө токтололу.

1) Карандаштын сүрөтүн алабыз же өзүбүз жасап алабыз, жумушчу баракка алып келип коебуз;

2) Түз сызыкты сызып алабыз;

3) Түз сызыкты белгилеп алып, ага анимация беребиз: **«Анимация» ⇒ «Добавить анимацию» ⇒ «Вход» ⇒ «Появление» ⇒ «Параметры эффектов» ⇒ «Слева»** (Түз сызык сол жактан оң жакка карай сызылып баштайт)**;**

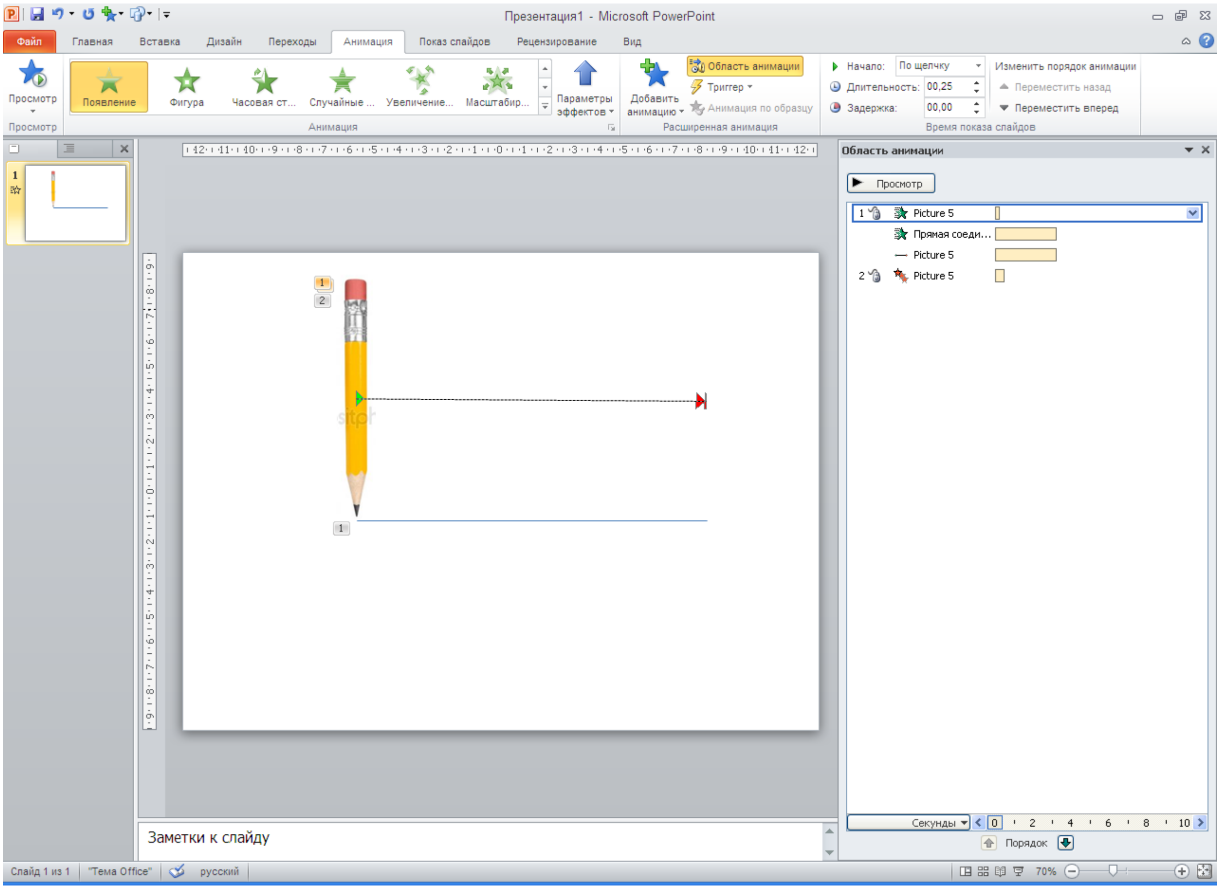
4) Карандашка анимация беребиз:

«Анимация» ⇒ »Добавить анимацию» ⇒ «Вход» ⇒ «Возникновение» ⇒ »Добавить анимацию» ⇒ «Другие пути перемещения» ⇒ «Вправо»⇒ «С предыдущим» (Карандаш сол жактан оң жакка карай түз сызык менен чогуу кыймылдап баштайт);

Карандаш экрандан жок болуп кетсин десек, анда төмөкү команданы кошуп коюуга болот:

5) **«Добавить анимацию» ⇒ «Выход» ⇒ «Изчезновение».**

6) **«Показ слайдов»⇒ «С текущего».**



3.21-сүрөт

2-мисал. Карандашты кандайдыр бир бурчка буруун карайлы:

1) Карандаштын сүрөтүн алабыз же өзүбүз жасап алабыз, жумушчу баракка алып келип коебуз;

2) Карандашты белгилеп алып, ага анимация беребиз: **«Анимация»⇒«Добавить анимацию»⇒«Вход»⇒«Появление»;**

3) Карандашты копиялап, 

ушундайча түзүп алабыз. Карандаштын бирөөсүн көрүнбөс кылып коебуз;

4) Карандашка анимация беребиз:

«Анимация» ⇒ «Добавить анимацию» ⇒ «Выделение» ⇒ «Вращение» (Карандаш кандайдыр бир бурчка бурулат)**;**

Карандаш экрандан жок болуп кетсин десек, анда төмөнкү команданы кошуп коюуга болот:

5) **«Добавить анимацию» ⇒ «Выход» ⇒ «Изчезновение»;**

6) **«Показ слайдов»⇒ «С текущего».**

Ошентип, жогорудагы көрсөтүлгөн командалардын жардамында мейкиндик фигураларынын кесилишин, комбинацияларын да көрсөтүүгө болот. Мындай компьютердик түзүүлөр таттаал стереометриялык маселелерди чечүүнү женилдетет.

Көнүгүүлөр

А денгээли

1. Каалагандай үч бурчтуктун орто перпендикулярлары менен сүрөттөлүшүн түзгүлө.

2. Трапециянын төмөнкү негизи жана каптал жактары жогорку негизинен эки эсе чоң. Бул трапецияны чийгиле.

3. Туура алты бурчтуктун сүрөттөлүшүн берүү жолун сунуштагыла.

4. Туура сегиз бурчтуктун сүрөттөлүшүн түзгүлө.

5. Туура n-бурчтуу призманын сүрөттөлүшүн түзгүлө: n=3,4,5,6.

6. Төрт бурчтуу пирамиданын негизи – төмөнкү негизи жогорку негизинен эки эсе чоң болгон трапеция. Бул пирамиданын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

7. Туура төрт бурчтуу кесилген пирамиданын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

8. ω айланасы жана анда жаткан A чекити берилген. Айлананын бул чекити аркылуу өткөн жанымасын түзгүлө.

9. Айлананын сүрөттөлүшү берилген. Төмөнкү сүрөттөлүштөрдү түзгүлө:

а) айланага ичтен сызылган тик бурчтуу тең капталдуу үч бурчтукту;

б) айланага сырттан сызылган тик бурчтуу тең капталдуу үч бурчтукту.

в) айланага ичтен сызылган туура сегиз бурчтукту;

г) айланага сырттан сызылган туура сегиз бурчтуктар.

10. $ABCD$ квадратынын сүрөттөлүшү берилген. Квадратка сырттан сызылган, ал эми айланага ичтен сызылган туура үч бурчтуктун сүрөттөлүшүн түзгүлө.

11. $ABCD$ квадратынын сүрөттөлүшү берилген. Квадратка сырттан сызылган кандайдыр бир башка квадраттын сүрөттөлүшүн түзгүлө.

Б денгээли

12. Цилиндрдин жана ага ичтен сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө, анимация бергиле.

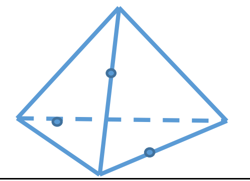
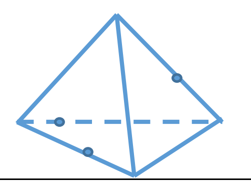
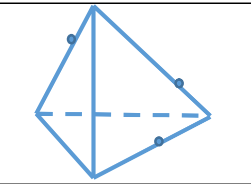
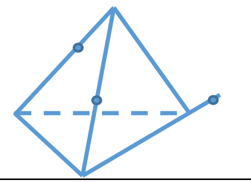
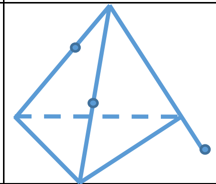
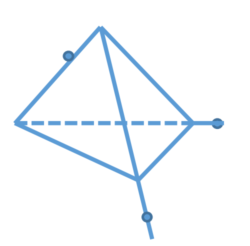
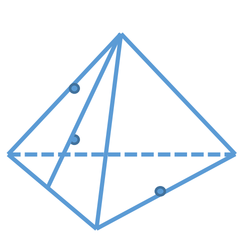
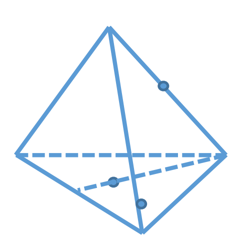
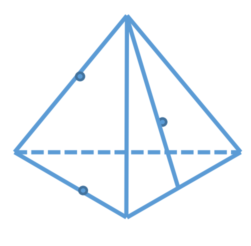
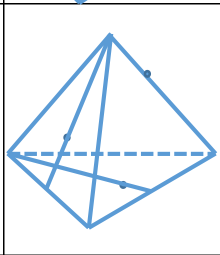
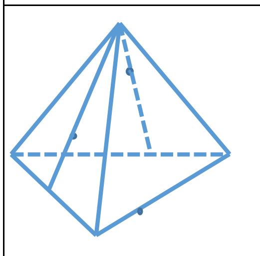
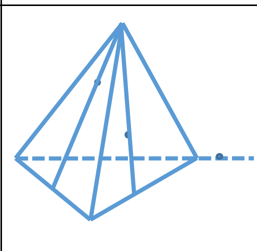
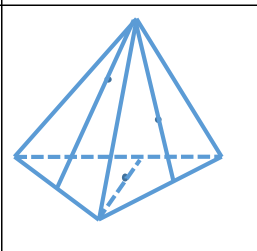
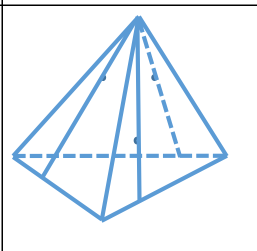
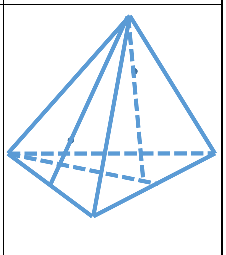
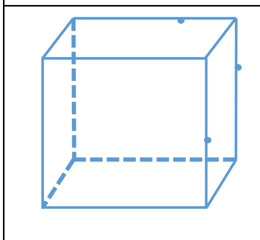
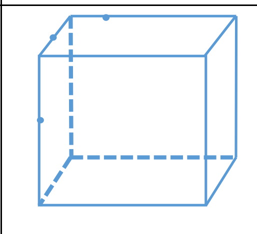
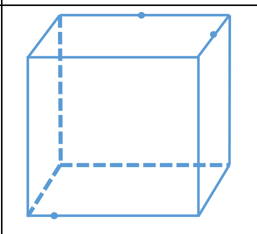
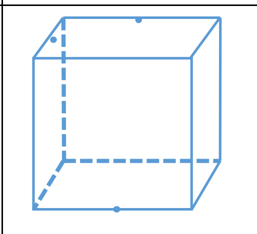
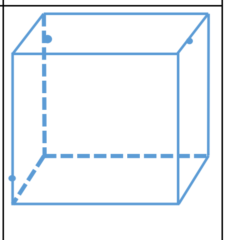
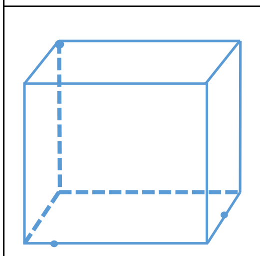
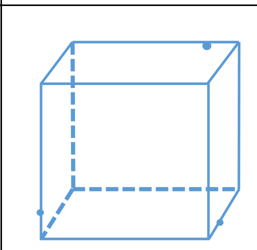
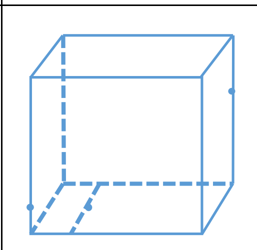
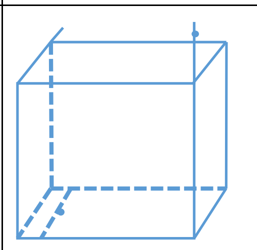
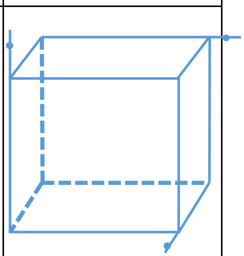
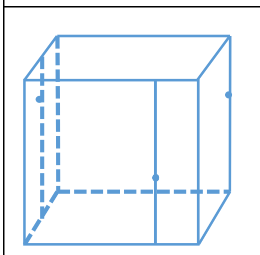
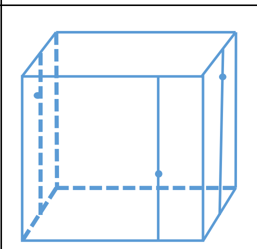
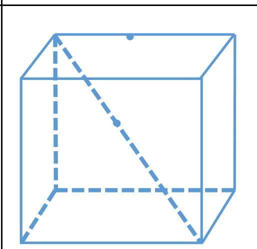
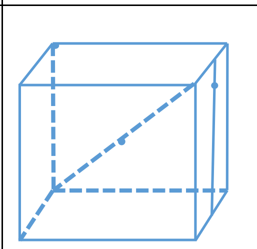
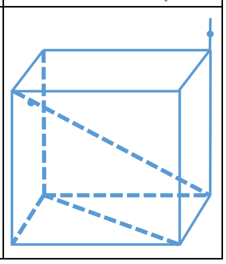
13. Цилиндрдин жана ага сырттан сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө, анимация бергиле.

14. Конустун жана ага ичтен сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө, анимация бергиле.

15. Конустун жана ага сырттан сызылган туура n-бурчтуктун (n=3,5,6) сүрөттөлүшүн түзгүлө, анимация бергиле.

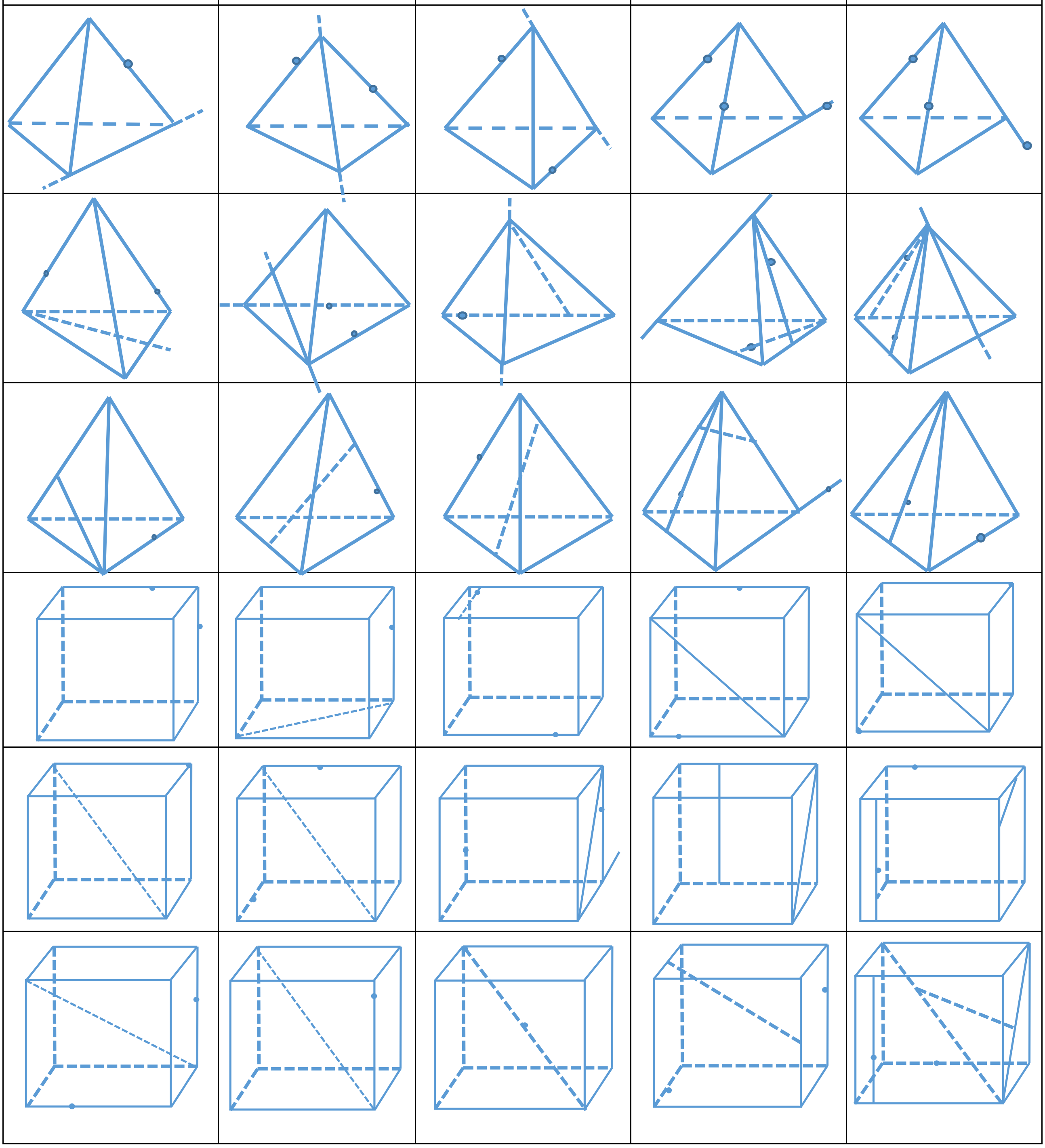
Көп грандыктардын тегиздиктер менен кесилишин түзүү үчүн өз алдынча иштердин варианттары

1-түр. Берилген үч чекит (чиймеде көрсөтүлгөн) аркылуу өтүүчү тегиздик менен тетраэдрдин жана кубдун кесилишин түзүү, анимация берүү (5 вариант, ар бир вариант 6 маселени камтыйт).

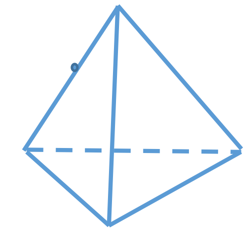
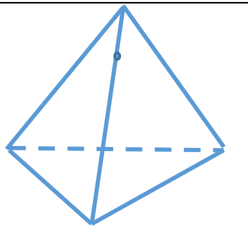
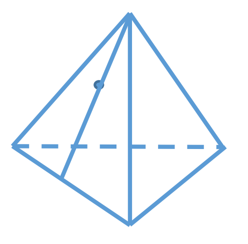
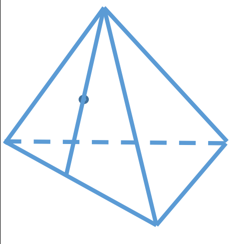
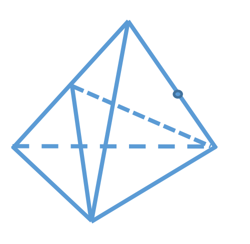
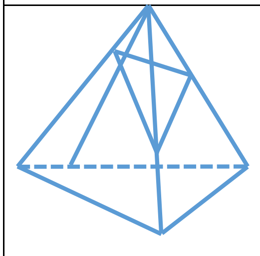
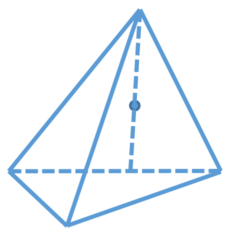
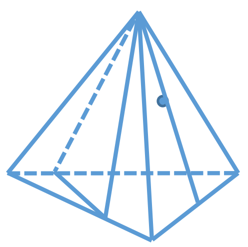
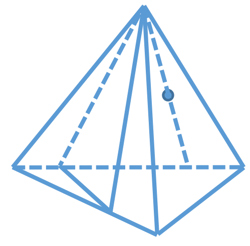
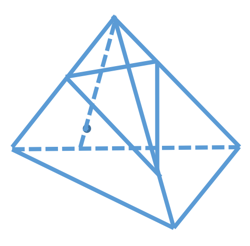
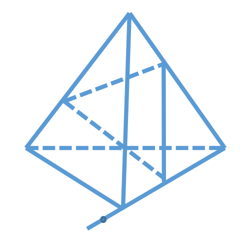
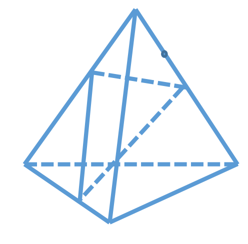
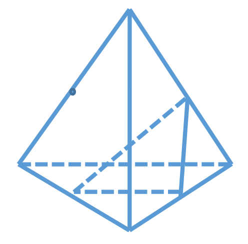
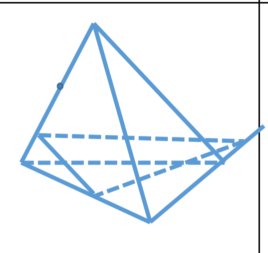
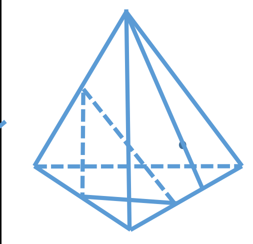
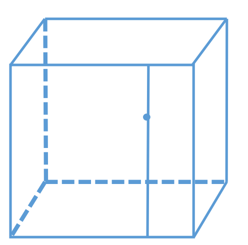
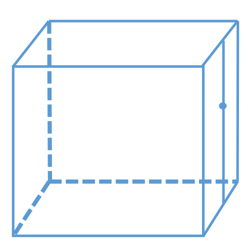
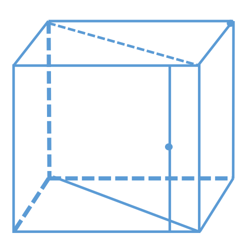
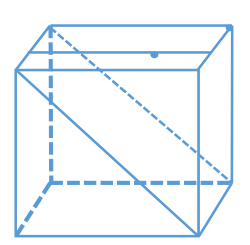
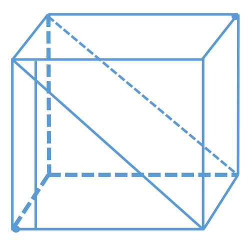
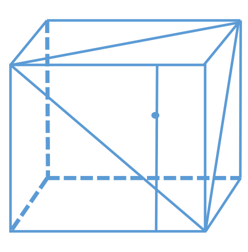
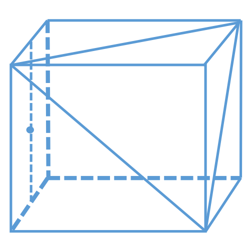
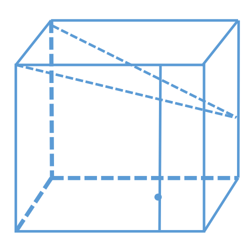
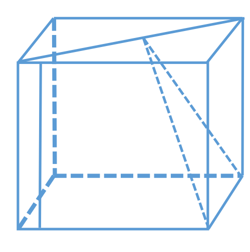
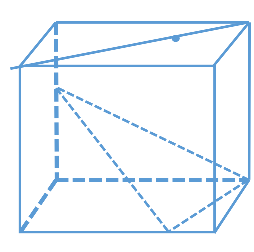
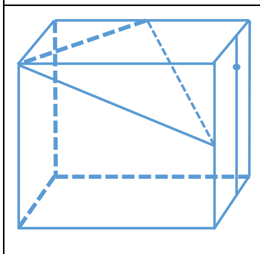
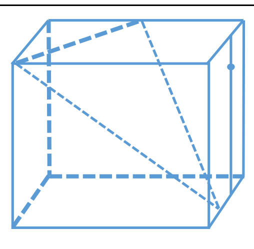
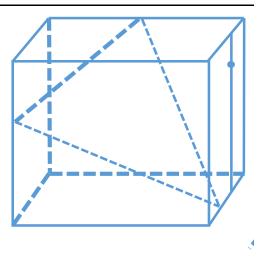
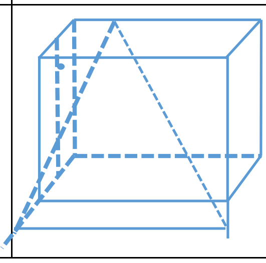
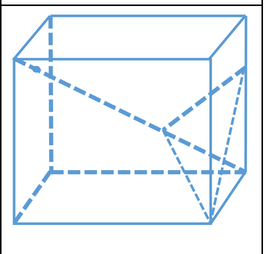
1-в	2-в	3-в	4-в	5-в
				
				
				
				
				
				

2-түр. Берилген түз сызык жана анда жатпаган чекит (чиймеде көрсөтүлгөн) аркылуу өтүүчү тегиздик менен тераэдрдин жана кубдун кесилишин түзүү, анимация берүү (5 вариант, ар бир вариант 6 маселени камтыйт, ар бир маселени эки учурда чечүү керектиги чиймеде көрсөтүлгөн).

1-в	2-в	3-в	4-в	5-в



3-түр. Берилген чекит (чиймеде көрсөтүлгөн) аркылуу өтүп, берилген тегиздикке (чиймеде көрсөтүлгөн) параллель болгон тегиздик менен тетраэдрдин жана кубдун кесилишин түзүү, анимация берүү (5 вариант, ар бир вариант 6 маселеден түзүлгөн).

1-в	2-в	3-в	4-в	5-в
				
				
				
				
				
				

Адабияттар

1. Александрова И.С. Работа в Microsoft PowerPoint. //«Электронные образовательные ресурсы». – Казань: КГУ, 2008. – 50 стр.

2. Атанасян А.С., Базылев В.Т. Геометрия II часть. –Москва: “Просвещение”, 1987.– 352стр.

3. Ануфриенко С.А. и др. Сборник задач по геометрии. – Екатеринбург, 2008, –117стр.

4. Клековкин Г.А. Изображение геометрических фигур в параллельной проекции. Учебное пособие. – Самара, 2016, –132 стр.

5. Леонов В. PowerPoint 2010 с нуля. – М.: Эксмо, 2010. –320 стр.

6. Смирнова И. М. Изображение пространственных фигур. Элективный курс. 10–11-й классы: учебное пособие для общеобразоват. учреждений . – М.: Мнемозина, 2007. – 64 с.

7. Четверухин Н. Ф. Стереометрические задачи на проекционном чертеже. – М.: Учпедгиз, 1952. – 128 стр.